



Przyczynek do teorii wzbogacania grawitacyjnego

Stanisław GŁOWIAK¹⁾

¹⁾ Zakład Automatyki „BGG” S.c.; email: sglowiak@gmail.com

<http://doi.org/10.29227/IM-2022-02-01>

Submission date: 12-08-2022 | Review date: 22-11-2022

Abstrakt

Wyniki modelowania doświadczalnie sprawdzonego probabilistycznego modelu rozkładu gęstości warstw w łóżu osadzarki umożliwiają zastosowanie części tego modelu do obliczania wyników wzbogacania nieidealnego z lepszą dokładnością od aktualnie stosowanych metod związanych głównie z wykorzystaniem krzywych rozdziału. W tej pracy przedstawiono teoretyczne uzasadnienie nowej metody proponowanych obliczeń znacznie rozszerzających zastosowanie od lat powszechnie używanych sposobów obliczeń dla wzbogacania idealnego. Stosując krzywe Fuerstenaaua do prezentacji wyników obliczeń stwierdzono, że te krzywe nie są α -nieczułe jak się je przedstawia w literaturze.

Słowa kluczowe: wzbogacanie minerałów, modelowanie procesów wzbogacania, krzywe wzbogacania

Wprowadzenie

Wszystkie krzywe wzbogalności i wzbogacania stosowane w teorii wzbogacania idealnego są obrazem bilansu mas poszczególnych frakcji gęstościowych i zawartości składnika użytecznego w tych frakcjach. Rozróżnienie między krzywymi wzbogalności i krzywymi wzbogacania jest dalej rozumiane jak w pracy (Budryk 1949). We wzbogacaniu idealnym obrazowanym krzywymi wzbogalności gęstości frakcji nadawy pozostają stałe. We wzbogacaniu rzeczywistym zmiany ulegają także gęstości frakcji wirtualnej nadawy, spowodowane rozproszeniem cząstek nadawy rzeczywistej. Dla tego wzbogacania istotne są więc trzy zmienne: gęstość frakcji wirtualnej nadawy, udział tej frakcji nadawy w masie całej nadawy i udział składnika użytecznego (lub balastu jak w przypadku węgla) w jednostce masy frakcji. Tylko dla wzbogacania idealnego skład gęstościowy i popiołowy nadawy wirtualnej jest identyczny jak nadawy rzeczywistej.

W teorii wzbogacania grawitacyjnego zauważalna jest duża ilość stosowanych różnych teoretycznych krzywych wzbogalności przy prawie całkowitym braku teoretycznych krzywych wzbogacania i używaniu zamiast nich krzywych rozdziału (Tromp 1937 i Terra 1938) dla obliczeń możliwych wyników wzbogacania rzeczywistego. Takie obliczenia mogą prowadzić do znacznych błędów, co pokazano w pracy (Głowiak 2022). Z dużymi błędami należy się także liczyć przy eksperymentalnych próbach wyznaczenia krzywych wzbogacania (Zapała 1988, Kowol 2010). Zastosowanie wirtualnych nadaw pozwala na obliczeniową ocenę nie wzbogalności materiału, lecz wyników rzeczywistego wzbogacania przy wybraniu konkretnego rozproszenia jako miary jakości wzbogacania w rzeczywistym procesie.

Opis proponowanej metody.

Przedstawiony w pracy (Głowiak 2020) probabilistyczny model rozkładu gęstości warstw w łóżu osadzarki pozwala względnie dokładnie obliczyć skład gęstościowy i zawartość popiołu w każdej warstwie jak powstaje w łóżu osadzarki dla znanej charakterystyki nadawy i przyjętych dwu wskaźników

określających rozproszenie w rzeczywistym procesie wzbogacania. Podane i udowodnione także w tej pracy twierdzenie o równoważności rzeczywistego wzbogacania i idealnego wzbogacania innej nadawy pozwala na przyjęcie jako udziału danej frakcji w innej nadawie nazwaną nadawą wirtualną udziału masy każdej warstwy w masie nadawy oraz gęstości i zawartości popiołu w powstałych warstwach jako gęstości frakcji i zawartości w nich popiołu dla tej wirtualnej nadawy. Fizycznym uzasadnieniem proponowanej możliwości jest rezultat podziału nieidealnie rozwarstwionej nadawy na dwie części dokonany idealnie i dający dokładnie taki sam wynik jak idealny podział idealnie rozwarstwionej innej nadawy, nazwanej nadawą wirtualną. Jako idealny podział rozwarstwionej nadawy jest rozumiany taki podział, gdy cała wyodrębniona warstwa zostanie skierowana do jednego produktu wzbogacania. Takie zdefiniowanie idealnego podziału jest wynikiem dyskretnego charakteru modelu używanego do obliczeń. Ważną zaletą proponowanej metody jest zachowanie bez żadnych zmian wszystkich znanych w teorii i praktyce sposobów obliczeń i także teoretycznego analizowania zjawisk zachodzących dla wzbogacania nieidealnego. Przeprowadzenie obliczeń w proponowanej metodzie wymaga znajomości zależności jakie zachodzą między parametrami określającymi nadawę rzeczywistą i wirtualną.

Zależności między parametrami nadawy rzeczywistej i wirtualnej

Wymagania te są spełnione przez poniższy opis przekształceń niezbędnych do obliczenia charakterystyki nadawy wirtualnej, której idealne wzbogacenie daje taki sam wynik jak wzbogacenie rzeczywistej nadawy zachodzące przy niezzerowym rozproszeniu w procesie wzbogacania.

Opis ten zostanie przedstawiony z zachowaniem oznaczeń przyjętych w pracy (Głowiak2020) prezentującej probabilistyczny model dyskretnego rozkładu gęstości warstw w łóżu osadzarki.

Celowe jest zapoznanie się z tą pracą, ponieważ zawiera ona szczegółową interpretację pojęć z rachunku prawdopodobieństwa zastosowanych dla wzbogacania grawitacyjnego,

która w niniejszej pracy nie będzie ponownie przedstawiana. Dla zachowania jasności i spójności wyводу niektóre istotne jej fragmenty zostaną jednak przytoczone.

Charakterystyka rzeczywistej nadawy podana jest w postaci czterech kolumnowych wektorów I, R_c, U, Λ przedstawiającej wyniki empirycznego pomiaru. Wektor I przyporządkowuje numery "i" kolejnym frakcjom gęstościowym nadawy od 1 do n, gdzie n jest liczbą frakcji nadawy uporządkowanych według rosnących gęstości. Wektor R_c zestawia średnie gęstości ρ_{ci} poszczególnych frakcji gęstościowych nadawy, wektor U określa udział masowy u_i i-tej frakcji wyrażony w % całości masy próbki nadawy, a element λ_{ci} wektora Λ podaje średnią zawartość popiołu w i-tej frakcji nadawy.

Wektor kolumnowy S zmiany rozproszenia frakcji gęstościowych nadawy umożliwia prowadzenie obliczeń dla różnych rozprożeń poszczególnych frakcji gęstościowych nadawy pozwalających na uzyskanie krzywych rozdziału o malejącym z gęstością nachyleniu obserwowanych w praktyce wzbogacania węgla kamiennego. Wektor ten obliczany jest z przyjętego średniego rozproszenia w procesie wzbogacania E i przyjętej funkcyjnej zależności tego rozproszenia od gęstości frakcji gęstościowej ρ_{ci} wzbogacanego materiału. Element s_i wektora S jest wartością rozproszenia prawdopodobnego frakcji nadawy o gęstości ρ_{ci} . W obliczeniach użyta jest liniowa zależność rozproszenia s_i od gęstości frakcji s_i nadawy w postaci $s_i = E + Ep (\rho_i - \rho_0)$. W tej zależności E jest rozproszaniem dla frakcji o gęstości ρ_0 , iloczyn pE jest zmianą rozproszenia na jednostkę gęstości frakcji nadawy, a ρ_0 jest gęstością tej wybranej frakcji nadawy, której rozproszenie wynosi E . Współczynnik p posiadający wymiar objętości właściwej i zmienny w zakresie 0-1 dla tych obliczeń może być przyjęty jako stały o wartości 0,6 na podstawie pracy (Głowiak 2022a). We wszystkich pokazanych wynikach obliczeń przyjęto wartość $\rho_0 = 2,0$ jako przybliżony środek zakresu zmienności frakcji gęstościowych nadawy.

Element ρ_{woj} wektora początkowych gęstości warstw R_{wo} pozwalający iteracyjnie obliczyć gęstości poszczególnych warstw ρ_{wj} jest obliczany z zależności $R_{wo} = R_c^T$, gdzie R_c^T jest transponowanym wektorem R_c , stąd $\rho_{woj} = \rho_{ci}$ dla każdego $j = i$. Konieczność prowadzenia obliczeń iteracyjnych wynika z zależności obliczanych prawdopodobieństw od różnicy gęstości cząstki i gęstości warstwy, która zmienia się po obliczeniu prawdopodobieństwa z powodu zmiany gęstości tej warstwy.

Gdy gęstości powstałych warstw są transponowanym wektorem gęstości frakcji nadawy zachodzi wzbogacanie doskonałe. W modelu wykorzystywanym w tych rozważaniach start obliczeń iteracyjnych następuje ze stanu idealnego rozwarstwienia.

Jest to rezultat wybrania łatwiejszej obliczeniowo wersji, ponieważ wynik wzbogacania nieidealnego powinien być taki sam dla startu obliczeń ze stanu idealnego wymieszania jak i ze stanu idealnego rozwarstwienia.

Element a_{ij} macierzy A modelu oznacza średnie prawdopodobieństwo trafienia cząstek i-tej frakcji gęstościowej nadawy rzeczywistej o gęstości ρ_{ci} do j-tej warstwy łoża osadzarki o gęstości ρ_{wj} . Dla dużej liczby cząstek jest to średnia masa cząstek o gęstości ρ_{ci} w j-tej warstwie łoża osadzarki o gęstości ρ_{wj} .

Zapis $\Phi(a,b,c)$ oznacza funkcję dystrybuanaty rozkładu normalnego zmiennej losowej a , której wartość oczekiwana wynosi b i odchylenie standardowe tej zmiennej wynosi c .

Dyskretne wartości funkcji gęstości prawdopodobieństwa określające średnie prawdopodobieństwo trafienia i-tej cząstki do j-tej warstwy wyrażone przez wartości dystrybuanaty dla skrajnych gęstości warstwy są następujące:

$$a_{i1} = u_i [\Phi(\rho_{wd} + \Delta_1^+, \rho_{ci}, 1, 4826s_i) - \Phi(\rho_{wd} - \Delta_1^-, \rho_{ci}, 1, 4826s_i)]$$

dla $\rho_{w1} = \rho_{wd}$ $j=1$ $i=1 \dots n$ (warstwa najlżejsza) (1)

$$a_{in} = u_i [\Phi(\rho_{wg} + \Delta_n^+, \rho_{cn}, 1, 4826s_i) - \Phi(\rho_{wg} - \Delta_n^-, \rho_{cn}, 1, 4826s_i)]$$

dla $\rho_{wn} = \rho_{wg}$ $j=n$ $i=1 \dots n$ (warstwa najcięższa) (2)

$$a_{ij} = u_i [\Phi(\rho_{wj} + \Delta_j^+, \rho_{ci}, 1, 4826s_i) - \Phi(\rho_{wj} - \Delta_j^-, \rho_{ci}, 1, 4826s_i)]$$

dla $\rho_{wd} < \rho_{wj} < \rho_{wg}$ $j=2 \dots n-1$ $i=1 \dots n$ (pozostałe warstwy) (3)

Dla rozkładu normalnego:

$$\Phi(\rho_{wj} + \Delta_j^+, \rho_{ci}, 1, 4826s_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1,4826s_i} \int_{-\infty}^{\rho_{wj} + \Delta_j^+} \exp\left[-\frac{(x - \rho_{ci})^2}{2(1,4826s_i)^2}\right] dx$$
 (4)

$$\sigma_i = \frac{s_i}{0,6745} = 1,4825s_i$$
 (5)

Powyższe wzory wynikają wprost z definicji dystrybuanaty rozkładu zmiennej losowej i są wybraną częścią zależności podanych w pracy (Gowiak 2020).

Ograniczenie na elementy macierzy a_{ij} wynikające z bilansu mas poszczególnych frakcji jest następujące:

$$\sum_{j=1}^{j=n} a_{ij} = u_i = b_i$$

dla każdego i z zakresu $1 \dots n$ (6)

Dla macierzy A wielkością przyjętą do oceny prawdopodobieństwa jest masa cząstek nadawy.

Pozostałe oznaczenia w powyższych wzorach oznaczają:

$\rho_{wd} = \rho_{w1}$ - gęstość średnią najlżejszej warstwy czyli najlżejszej frakcji nadawy wirtualnej

$\rho_{wg} = \rho_{wn}$ - gęstość średnią najcięższej warstwy czyli najcięższej frakcji nadawy wirtualnej

$\rho_d = \rho_{wd} - 9\sigma$ - gęstość teoretyczne możliwej najlżejszej warstwy rozkładu normalnego o wariancji σ , do której prawdopodobieństwo trafienia jakiegokolwiek cząstki nadawy jest przyjęte jako zerowe.

$\rho_g = \rho_{wg} + 9\sigma$ - gęstość teoretyczne możliwej najcięższej warstwy rozkładu normalnego o wariancji σ , do której prawdopodobieństwo trafienia jakiegokolwiek cząstki nadawy jest przyjęte jako zerowe.

Gęstości ρ_d i ρ_g są koniecznym ograniczeniem dla możliwości rozproszenia się bardzo małych ilości nadawy w nieistniejących warstwach, które to rozproszenie powoduje utratę bilansu masy danej frakcji nadawy.

W każdym kroku obliczeń iteracyjnych zmieniają się masy i średnie gęstości warstw, zatem muszą się także zmieniać graniczne gęstości tych warstw. Dla wykonania obliczenia tych zmian wprowadzony jest wektor przyrostów Δ^- ustalający dolną granicę zakresu gęstości j-tej warstwy. Element Δ_j^- pomocniczego wektora wierszowego Δ^- określa zmianę gęstości j-tej warstwy przy przejściu od średniej gęstości tej warstwy do minimalnej granicznej gęstości tej warstwy. Minimalna gęstość j-tej warstwy jest jednocześnie maksymalną gęstością

poprzedniej warstwy j-1. Wartość tego elementu obliczana jest z zależności:

$$\Delta_j = (\rho_j - \rho_{j-1})/2 \quad (7)$$

Analogiczny do wektora Δ^- wektor przyrostów Δ^+ ustala górną granicę zakresu gęstości j-tej warstwy. Wartość tego elementu obliczana jest z zależności:

$$\Delta_j^+ = (\rho_j + 1 - \rho_j)/2 \quad (8)$$

Obliczenie charakterystyki nadawy wirtualnej wzbogacenia idealnego

Charakterystyka nadawy wirtualnej musi być podana także w postaci analogicznych czterech kolumnowych wektorów I^w , U^w , R^w , Λ^w oznaczonych dodatkowym górnym indeksem "w" przedstawiających wyniki obliczeń. Stosowany model podaje dane charakteryzujące warstwy w postaci wektorów wierszowych, więc dla utrzymania konwencji podawania danych nadawy wirtualnej jako wektorów kolumnowych konieczna będzie transponowanie wektorów uzyskanych z obliczeń w modelu.

Stąd $I^w = J^T$ gdzie i jest numerem frakcji nadawy wirtualnej, a j jest numerem warstwy łoża uzyskanym z obliczenia w modelu.

Wektor udziałów frakcji gęstościowych nadawy wirtualnej U^w jest transponowanym wektorem mas warstw B_w obliczonych w modelu. Wektor R_c^w zestawia średnie gęstości ρ_{ci}^w poszczególnych frakcji gęstościowych nadawy wirtualnej równe gęstościom powstałych warstw, wektor U^w określa udział masowy u_i^w frakcji nadawy wirtualnej wyrażony w % całości masy nadawy, a element λ_{ci}^w wektora Λ^w podaje średnią zawartość popiołu w i-tej frakcji nadawy wirtualnej.

Obliczenie udziału frakcji gęstościowej nadawy wirtualnej

Element b_j wektora wierszowego B_w modelu jest sumą elementów a_{ij} w j-tych kolumnach macierzy A. Jest to element rozkładu brzegowego określającego względną zawartość cząstek wzbogacanego materiału w poszczególnych warstwach odniesioną do masy wszystkich cząstek nadawy. Inaczej jest to udział masy cząstek zgromadzonych w jednej warstwie w całości nadawy, a tych rozważaniach oznacza udział u_i^w i-tej frakcji gęstościowej nadawy wirtualnej.

$$b_j = \sum_{i=1}^{i=n} a_{ij} \quad \text{dla } j=1 \dots n \quad (9)$$

Charakterystyki nadawy w przyjętej konwencji są przedstawiane jako wektory kolumnowe więc $U^w = B_w^T$. Zatem $u_i^w = b_j$ dla $i=j$.

Obliczenie objętości i gęstości frakcji gęstościowych warstw nadawy wirtualnej

Element h_{ij} macierzy H modelu określa objętość zajmowaną w łożu przez cząstki i-tej frakcji gęstościowej nadawy znajdujące się w j-tej warstwie. Ta macierz służy do obliczenia gęstości poszczególnych warstw ρ_j czyli gęstości ρ_i^w poszczególnych frakcji nadawy wirtualnej dla tych rozważań.

Elementy h_{ij} macierzy H są obliczane z zależności:

$$h_{ij} = \frac{a_{ij}}{\rho_i} \quad (10)$$

Suma tych elementów w j-tej warstwie daje objętość h_j wszystkich cząstek różnych gęstości znajdujących się w tej warstwie. Jest to rozkład brzegowy objętości poszczególnych warstw macierzy H.

$$h_j = \sum_{i=1}^{i=n} h_{ij} \quad \text{dla } j=1 \dots n \quad (11)$$

Gęstość ρ_{wj} tej warstwy w k-tym kroku obliczeń iteracyjnych jest ilorazem masy tej warstwy b_j i jej objętości h_j danej wzorem:

$$\rho_{wj} = \frac{b_j}{h_j} \quad \text{dla } j=1 \dots n \quad (12)$$

$$\rho_{wj} = \frac{\sum_{i=1}^n a_{ij}}{\sum_{i=1}^n h_{ij}} \quad \text{dla } j=1 \dots n \quad \text{dla bez-} \quad (13)$$

Gęstości ρ_{wj} tworzą wierszowy wektor R_w .

Ta gęstość ρ_{wj} w tych rozważaniach jest obliczoną gęstością ρ_{ci}^w i-tej frakcji nadawy wirtualnej. Wektory R_c^w i R_w są związane zależnością:

$$R_c^w = R_w^T$$

Obliczenie mas i zawartości popiołu w warstwach łoża

Element p_{ij} macierzy P określa masę popiołu zawartą w cząstkach i-tej frakcji gęstościowej znajdującej się w j-tej warstwie. Jest to macierz modelu służąca do obliczenia zawartości popiołu w produktach wzbogacania, gdy dokonany jest podział rozwarstwionego materiału na wysokości j-tej warstwy, wykonany tak, że cała j-ta warstwa zostanie zaliczona do produktu lekkiego (górnego). Obliczenia zawartości popiołu w poszczególnych klasach gęstościowych produktów wzbogacania wykonywane są także na podstawie tej macierzy.

Elementy p_{ij} macierzy P są obliczane z zależności:

$$p_{ij} = a_{ij} \lambda_i \quad (14)$$

Masa popiołu p_j w j-tej warstwie jest określona wzorem:

$$p_j = \sum_{i=1}^{i=n} p_{ij} \quad \text{dla } j=1 \dots n \quad (15)$$

Średnia zawartość popiołu λ_j w j-tej warstwie jest ilorazem masy popiołu w warstwie i masy cząstek tej warstwy i wynosi:

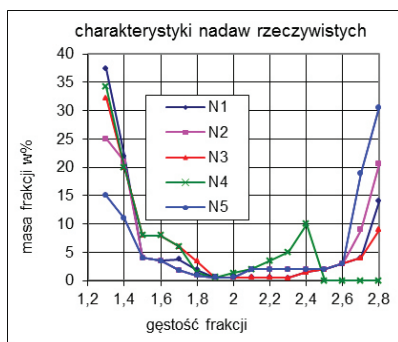
$$\lambda_j = \frac{p_j}{b_j} \quad \text{dla } j=1 \dots n \quad (16)$$

Zawartości popiołu λ_j w poszczególnych tworzą wierszowy wektor Λ_p , który po transpozycji staje się kolumnowym wektorem Λ^w zawartości popiołu we frakcjach gęstościowych nadawy wirtualnej:

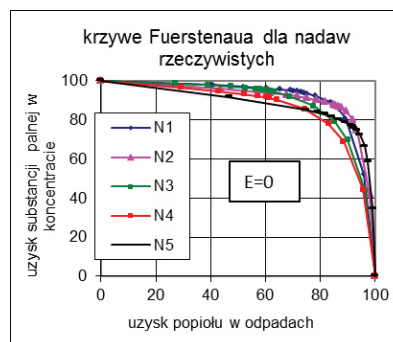
$$\Lambda_j^T = \Lambda^w \quad (17)$$

Opis iteracyjnych obliczeń w modelu

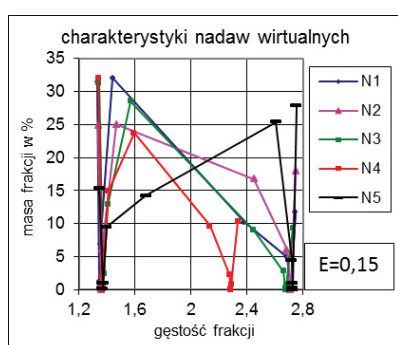
Model rozkładu gęstości warstw w łożu osadzarki wykorzystywany w części do obliczenia charakterystyki nadawy wirtualnej jest dyskretnym modelem iteracyjnym. Szczegółowe uzasadnie-



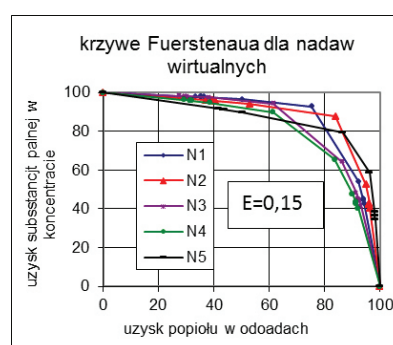
Rys. 1. Charakterystyki nadaw rzeczywistych
Fig. 1. Characteristics of real feeds



Rys. 2. Krzywe Fuerstenaua dla nadaw rzeczywistych
Fig. 2. Fuerstenau's curves of real feeds



Rys. 3. Charakterystyki nadaw wirtualnych
Fig. 3. Characteristics of virtual real feeds



Rys. 4. Krzywe Fuerstenaua dla nadaw wirtualnych
Fig. 4. Fuerstenau's curves of virtual feeds

nie dla wybranego sposobu prowadzenia obliczeń iteracyjnych podane jest w opisie wykorzystywanego modelu (Głowiak 2020).

Matematycznym kryterium zakończenia obliczeń jest przyjęcie przez wyrażenie $K_{z,k}$ wartości bliskiej zeru lub jego wzrostu w 3 kolejnych krokach, o ile wcześniej nie pojawi się warstwa o ujemnej gęstości.

$$K_{z,k} = \sum_{j=1}^{j=n} m_{jk} (\rho_{jk} - \rho_{j(k-1)})^2 \quad k=1 \dots m \quad k=nr \text{ kroku iteracji} \quad (18)$$

gdzie ρ_{jk} oznacza gęstość j-tej warstwy w k-tym kroku obliczeń iteracyjnych, a m_{jk} jest masą cząstek j-tej warstwy w k-tym kroku.

Przykłady charakterystyk częstości i krzywych Fuerstenaua obliczanych nadaw rzeczywistych i wirtualnych

Podane niżej przykłady charakterystyk częstości nadaw wirtualnych są modyfikacją tak nazywanych w pracy (Stępiński 1964) zależności zawartości popiołu we frakcjach nadawy od udziału tej frakcji w całej masie nadawy. Modyfikacja polega na zastąpieniu zawartości popiołu w produkcie gęstością tego produktu i w dalszej części tej pracy jest tak nazywana do określenia zależności udziału frakcji gęstościowej nadawy od jej gęstości. To zastąpienie można także uzasadnić przebiegiem procesu wzbogacania, w którym produkty tego procesu różnicują się fizycznie głównie według gęstości cząstek, a nie według zawartości popiołu w nich. Charakterystyki częstości wybrano specjalnie, ponieważ ta forma pokazania zależności nie zawiera efektu uśredniania wyraźnie widocznego, gdy zmienną niezależną jest wychód skumulowany. Krzywa Fuerstenaua jest zdefiniowana zgodnie z pracą (Drzymała 2009) jako zależność uzysku substancji palnej i lotnej w koncentracji węglowym od uzysku popiołu w odpadach. Zastosowanie tej krzywej do

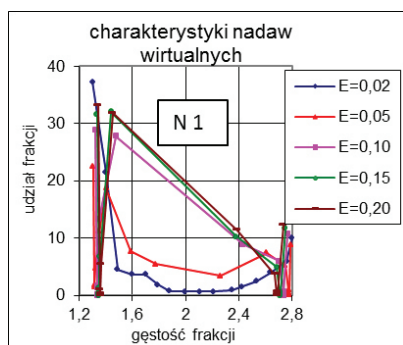
porównania wyników obliczeń dla nadaw wirtualnych wynika z deklarowanej w tej pracy właściwości wyraźnych zmian w jej przebiegu w sytuacji, gdy zmiany te są wynikiem różnych sprawności procesu wzbogacania i małych zmian, gdy wynikają one tylko ze zmian składu densymetrycznego nasawy.

Przedstawiona w tej pracy metoda obliczeń wskazuje, że zmiany rozproszenia w procesie wzbogacania są równoważne zmianom charakterystyki nadawy, co wyraźnie zaprzecza deklarowanej w literaturze własnościom krzywej Fuerstenaua. Podane poniżej wyniki obliczeń pozwolą czytelnikowi na samodzielną ocenę możliwości przedstawianej metody obliczeń jak i zauważonych sprzeczności związanych z ideą istnienia krzywych α -nieczułych. Na rys. 1 przedstawiono charakterystyki częstości pięciu przykładowych nadaw dla wzbogacania węgla kamiennego, a na rys. 2 krzywe Fuerstenaua obliczone dla wzbogacania idealnego, to jest z rozproszeniem $E=0$.

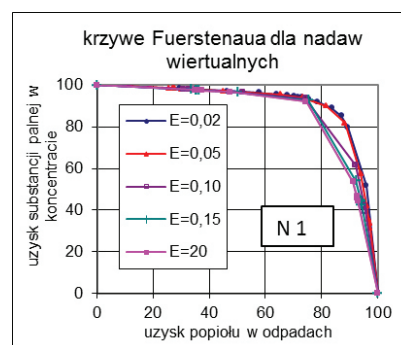
Pokazane na rys. 1 charakterystyki gęstościowe wszystkich porównywanych nadaw rzeczywistych są wyraźnie zróżnicowane pod względem składu densymetrycznego oraz także średniej zawartości popiołu i średniej gęstości.

Rys. 3 i 4 pokazują zmiany jakie zachodzą przy wzbogacaniu tych samych nadaw z rozproszeniem $E=0,15$.

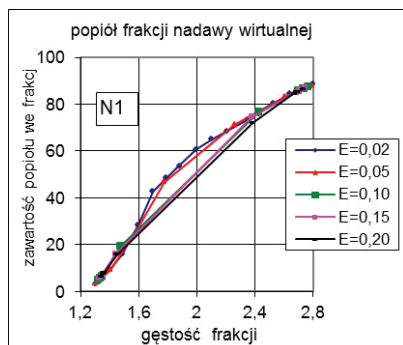
Przedstawione wykresy wyraźnie pokazują, że w obu przypadkach istnieją znaczące różnice między nadawami wirtualnymi (dla wzbogacania idealnego nadawa rzeczywista i wirtualna są tożsame). W tej sytuacji krzywe Fuerstenaua obliczone dla identycznego zróżnicowania nadaw rzeczywistych i przedstawione na rys. 2 i 4 powinny pokazać znaczne pogorszenie jakości wzbogacania dla przypadku jak na rys. 4 w stosunku do przypadku jak na rys. 2. Tymczasem w obydwu przypadkach wyraźnie widoczny jest bardzo podobny



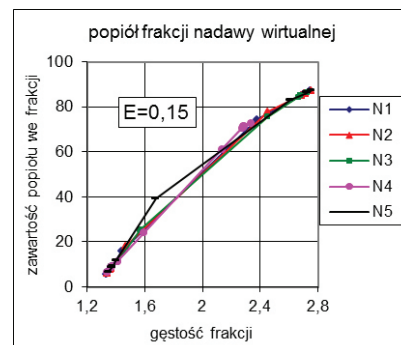
Rys. 5. Charakterystyki nadaw wirtualnych
Fig. 5. Characteristics of virtual real feeds



Rys. 6. Krzywe Fuerstenaua dla nadaw wirtualnych
Fig. 6. Fuerstenau's curves of virtual feeds



Rys. 7. Popiół frakcji nadawy wirtualnej
Fig. 7. Virtual feed fraction ash



Rys. 8. Popiół frakcji nadawy wirtualnej
Fig. 8. Virtual feed fraction ash

charakter zmian tych krzywych. Ta sytuacja jest istotną przyczyną powstania wątpliwości co do α -nieczułości krzywych Fuerstenaua.

Wszystkie nadawy wirtualne pokazane na rys. 5 mają dokładnie takie same średnie zawartości popiołu i średnią gęstość cząstek tej nadawy, ponieważ są wynikiem różnego wzbogacania jednej nadawy rzeczywistej, więc ich współczynnik α jest taki sam. To pokazuje, że nazwa α -nieczułości nie wyraża dobrze sensu zjawiska jakie opisuje, ponieważ w tej sytuacji wszystkie krzywe Fuerstenaua z rys. 6 powinny być takie same.

Pokazane na rys. 6 krzywe Fuerstenaua zgodnie z ich deklarowaną właściwością pokazują zauważalny spadek jakości wzbogacania. Jednakże zmiany te są zbyt małe aby można było je odróżnić od zmian generowanych przez zmiany charakterystyki nadawy widoczne wyraźnie na rys. 2. i 4. Jeżeli na rys. 2 naniesiono by krzywe z rys. 4 i 6. to wskazanie tych krzywych, które obrazują wzbogacane przy niskim rozproszeniu staje się trudne. Zatem w takiej sytuacji znika podstawowa zaleta krzywej α -nieczułej.

Rys. 7 i 8 pokazują zwykle niezauważany fakt, że zmiana rozproszenia także zmienia znacznie zależność między gęstością i zawartością popiołu nadawy wirtualnej, co jest całkowicie oczywiste przy zmianie charakterystyki nadawy.

Pokazane powyżej różnice między krzywymi Fuerstenaua są wynikiem obliczenia, a więc pozbawione są znacznych błędów pomiarowych jakie muszą się pojawić przy eksperymentalnej próbie weryfikacji wyników podanych obliczeń. Wątpliwości odnośnie α -nieczułości krzywych Fuerstenaua wynikające z podanych wyżej wykresów powinny znaleźć także inne uzasadnienie wyjaśniające teoretycznie przyczyny zauważonych różnic. To uzasadnienie podane jest poniżej.

Teoretyczne uzasadnienie nieistnienia α -nieczułości krzywych Fuerstenaua

Istotnym powodem przypisywania α -nieczułości krzywym Fuerstenaua jest błędne zdefiniowanie wzbogacania idealnego, powodujące z kolei narzucenie niewłaściwych wymagań na stałość tzw. linii odniesienia (Drzymała 2009).

W tej pracy jako wzbogacanie idealne jest rozumiane wzbogacanie, w którym frakcje gęstościowe nadawy jak i te same frakcje możliwych do wyodrębnienia z produktów wzbogacania mają dokładne taką samą gęstość i sumaryczną masę. Dla wzbogacania w osadzarce oznacza to, że każda powstała warstwa zawiera cząstki tylko jednej frakcji gęstościowej nadawy. Takie rozumienie wzbogacania idealnego ma też uzasadnienie w krzywych wzbogacania pokazujących wszystkie możliwości podziału nadawy na produkty wzbogacania. W pracy (Drzymała 2009) jako wzbogacanie idealne jest rozumiane wzbogacanie tak jak wyżej podano uzupełnione o wymaganie, aby jeden z dwu produktów wzbogacania zawierał tylko minerał, którego uzyskanie jest celem prowadzonego procesu wzbogacania. To dodatkowe wymaganie, moim zdaniem całkowicie niepotrzebnie zawęża rozumienie wzbogacania idealnego wprowadzając dodatkowy warunek ustalający gęstość rozdziału i prowadzący do zmniejszenia liczby możliwych wyników takiego wzbogacania dla różnych nadaw. Jednocześnie dla przypadku wzbogacania węgla kamiennego pojawia się problem ze zdefiniowaniem jako minerału pojęcia "węgiel". Ponadto z rysunków podanych w pracy Drzymała wynika, że stałość tak wybranych linii odniesienia wymaga dodatkowego warunku, aby nadawa idealnego wzbogacania zawierała tylko dwie różne frakcje densymetryczne o zerowej i stuprocentowej zawartości popiołu dla przypadku

wzbogacania węgla. To wymaganie w całości nieuzasadniony sposób ingeruje w skład nadawy dla tak rozumianego wzbogacania idealnego i powoduje, że linie odniesienia są wyznaczone tylko przez trzy punkty, co może być wyraźnym powodem do wyrażenia wątpliwości co do faktycznego istnienia takich linii. Tak przyjęte linie idealnego wzbogacania i idealnego mieszania trudno nazwać liniami, ponieważ każda z nich składa się tylko z dwu punktów, a ponadto jeden z tych dwóch punktów jest wspólny dla obydwu prostopadłych linii. Podobne zdefiniowanie linii odniesienia dla innych wymienionych w pracy Drzymały α -nieczułych krzywych jest istotnym powodem powątpiewania w istnienie α -nieczułości tych krzywych. Na zakończenie trzeba zauważyć, że sama idea istnienia krzywych α -nieczułych jest wewnętrznie niespójna. Ta niespójność wynika wprost z istnienia w każdym wzbogacaniu par nadaw: nadawy rzeczywistej wzbogacanej z rozproszeniem $E \neq 0$ i skojarzonej z nią nadawy wirtualnej wzbogacanej z rozproszeniem $E=0$ czyli idealnie. Te nadawy tworzące pary są zawsze różne z wyjątkiem idealnego wzbogacania nadawy rzeczywistej. Zatem dla każdej istniejącej krzywej wzbogacania wykazującej zmienność w funkcji zachodzących zmian rozproszenia musi istnieć także zmienność wynikająca ze zmian charakterystyki nadawy. Jest tak dlatego, że wszystkie możliwe nadawy wirtualne jednej nadawy rzeczywistej nie

są takie same i mają zmienność wynikającą tylko ze zmienności charakterystyki, ponieważ rozproszenie dla ich wzbogacania jest jednakowe i zerowe.

Zależność wyników wzbogacania grawitacyjnego od jakości nadawy i sprawności wzbogacania jest powszechnie znana i akceptowana. Poszukiwanie takiej szczególnej formy podania graficznej zależności funkcji dwu zmiennych, aby wpływ jednej zmiennej był mało widoczny w mojej ocenie nie wnosi żadnej poznawczej wartości do zrozumienia zjawisk jakie ta funkcja opisuje i α -nieczułe krzywe wzbogacania są właśnie taką formą.

Wnioski

Przedstawiona metoda umożliwia obliczanie wyników wzbogacania nieidealnego przy użyciu znanych metod stosowanych do obliczeń wzbogacania idealnego poprzez prostą zmianę charakterystyk nadawy.

Wyniki powyższych rozważań pozwalają na kwestionowanie α -nieczułości krzywych Fuerstenaua, a także innych krzywych α -nieczułych, do chwili przedstawienia dowodów na posiadanie przez nie rzeczywistej nieczułości na zamiany składu densymetrycznego i zawartości składnika użytecznego wzbogacanego materiału.

Literatura – References

1. Budryk W. (1949) Wyniki działania płuczek i wialni w świetle teorii Przegląd Górniczy 1949 nr 9 (620) s. 871-880.
2. Drzymała J. (2009) Podstawy mineralurgii. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, s. 48-51.
3. Głowiak S. (2020) Probabilistyczny model rozkładu gęstości ziaren w warstwach łoża osadzarki. Inżynieria Mineralna nr 1 (45) s.187-198.
4. Głowiak S. (2022) Doświadczalne sprawdzenie poprawności modelu dyskretnego rozkładu gęstości ziaren w łożu osadzarki. Inżynieria Mineralna 1 (47) s. 7-12.
5. Kowol D. (2010) Wpływ zamian parametrów nadawy na efekty działania pływakowego układu sterowania odbiorem produktów osadzarki. Praca doktorska Politechnika Śląska w Gliwicach Wydział Górnictwa i Geologii s. 57-142.
6. Stepiński W. (1964) Wzbogacanie grawitacyjne PWN Łódź-Warszawa-Kraków s. 16-154.
7. Terra A. (1938) Essai d'une theorie de lavage. Reveue l'Industrielle Minerale nr 425 p. 383-403.
8. Tromp K.F. (1937) Neue Wege für Beurteilung der Aufbereitung von Steinkohlen. Glückauf nr 6 s.125-131, nr 7 s.151-156.
9. Zapała W. (1988) Opracowanie i cyfrowe badania symulacyjne algorytmów sterowania procesu wzbogacania węgla z wykorzystaniem pomiaru rozkładu frakcji densymetrycznych w łożu osadzarki Praca doktorska. Politechnika Śląska, Instytut Elektryfikacji i Automatykacji Górnictwa Gliwice s. 48-99.

Contribution to the Theory of Gravitational Enrichment

The results of modeling the experimentally proven probabilistic model of layer density distribution in the jig bed enable the use of part of this model to calculate the results enriched by the non-ideal with better accuracy than the currently used methods related mainly to the use of separation curves. This paper presents the theoretical justification of the new method of the proposed calculations, significantly extending the application of the commonly used calculations for ideal enrichment for many years. Using the Fuerstenau curves to present the results of the calculations made, it was found that these curves are not α -insensitive as they are presented in the literature.

Keywords: mineral enrichment, modeling of enrichment processes, upgrading curves