

# Wpływ liczby punktów kontaktu mielników na szybkość przemiału mas ceramicznych

# Effect of the number of grinding media contact points on ceramic body grinding rate

Andrzej HEIM<sup>1)</sup>, Tomasz P. OLEJNIK<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Prof. dr hab. inż.; Politechnika Łódzka, Wydział Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska, Katedra Aparatury Procesowej; ul. Wólczańska 213, 93-005 Łódź; tel.: (+ 48-42) 631 37 30; e-mail: heim @wipos.p.lodz.pl

<sup>2)</sup> Dr inż.; Politechnika Łódzka, Wydział Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska, Katedra Aparatury Procesowej; ul. Wólczańska 213, 93-005 Łódź; tel.: (+ 48-42) 631 37 30; e-mail: tolejnik@mail.p.lodz.pl

RECENZENCI: Prof. Masami TSUNEKAWA, Dr inż. Barbara TORA

### Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki badań, których celem było określenie wpływu liczby punktów kontaktu mielników na szybkość mielenia mas ceramicznych w młynach kulowych. Badania prowadzono w młynie półprzemysłowym a wyniki powiązano z rezultatami otrzymanymi w młynie przemysłowym. W obu przypadkach młyny były o działaniu okresowym. Przemiał prowadzono na mokro (w zawiesinie wodnej z dodatkiem antyemulgatorów) dla typowych surowców mających zastosowanie w przemysłowej produkcji płytek ceramicznych. W młynie półprzemysłowym wykonano trzy serie, różniące się składem kul. W obydwu młynach rozdrabniano nadawę o identycznym składzie surowców skalnych. W czasie badań pobierano, w określonych odstępach czasu, produkt mielenia, określając jego skład granulometryczny za pomocą analizatora laserowego. Wyniki analizy posłużyły do określenia szybkości rozdrabniania frakcji rozmiarowych oraz kinetyki procesu mielenia. Określono zmianę w czasie średniego wymiaru ziarna dsr oraz przeanalizowano wpływ składu kul na szybkość procesu mielenia dla badanych młynów.

# 1. Wprowadzenie

Przemysł produkujący materiały ceramiczne wykorzystuje najczęściej urządzenia do mielenia, których zasada pracy oparta jest o wykorzystanie energii swobodnych mielników w celu rozdrobnienia nadawy. Najprostszym rozwiązaniem konstrukcyjnym są młyny kulowe, z mielnikami stalowymi lub alubitowymi. Rozdrabnianie ziaren materiałów w młynach tego typu odbywa się głównie między elementami mielącymi oraz w znacznie mniejszym stopniu między mielnikami a wewnetrzną powierzchnia bębna [1, 2]. Ziarna materiału mielonego które znajdują się między poruszającymi się względem siebie powierzchniami sąsiednich kul (ruch ten może wynikać tak z ruchu postępowego jak i obrotowego kul) będą głównie ścierane i ścinane z możliwościa udziału mechanizmu zgniatania [3,4]. Przy ruchu kataraktowym kul (bardzo pożądanym w młynach kulowych) dodatkowo będzie

## Summary

Results of studies aiming at determination of the effect of the number of contact points of grinding media on grinding rate of ceramic charge in the ball mills are discussed in the paper. Investigations were carried out in a pilot-plant mill and results were compared with the results obtained in an industrial mill. In both cases the mills operated batch-wise. Wet grinding, i.e. in a water suspension with the addition of antiemulsifiers, was performed on typical raw materials applicable in an industrial production of ceramic tiles. Three series of measurements were conducted in the pilot-plant mill with different ball compositions. In both mills a feed with the same composition of minerals was ground. During the investigations ground product samples were taken at defined time intervals to determine particle size distribution by means of a laser analyser. Results of the analysis were used to determine the rate of grinding of particle fractions and process kinetics. The change of mean particle size dsr was determined in time and the effect of ball composition on the rate of grinding process was analysed for the tested mills.

# 1. Introduction

In the industry producing ceramic tiles, most frequently such grinding devices are employed whose operation is based on the use of free energy of grinding media. The simplest design solution are ball mills, with steel or aluminium oxide balls. Material particles are ground in these mills mainly between grinding elements and to a lesser extent between grinding media and inner surface of the drum [1, 2]. Ground material particles which are between the moving surfaces of adjacent balls (this motion may be a result of both translational and rotary motion of the balls) are ground and mainly sheared with a possibility to be crushed [3, 4]. During a cataract motion of the balls (very desirable in the ball mills) there will be additionally a percussive mechanism of the balls falling down [5, 6]. The contribution of particular mechanisms of

jeszcze występować mechanizm udarowy opadających kul [5, 6]. Na udział poszczególnych mechanizmów rozdrabniania wpływ posiada ponadto wielkość kul oraz związana z tym ich liczba. Jest oczywistym, że przy tej samej objętości złoża kul (tym samym stopniu wypełnienia bębna kulami) im większe będą kule tym mniejsza będzie ich liczba. Większe kule to większa masa pojedynczej kuli i większe siły wzajemnego oddziaływania. Związana z tym mniejsza liczba kul to mniejsza liczba punktów kontaktu, a więc zmniejszenie miniobszarów w których w danym momencie mogą wystąpić obciążenia niszczące ziarna materiału mielonego. Dobór średnicy kul zależy od wytrzymałości materiału mielonego jak również od średnicy ziaren surowca. Ogólnie przy większych ziarnach, dla zniszczenia których wymagane są większe siły, powinno się stosować kule większe, natomiast w przypadku mniejszych ziaren jak również słabszych wytrzymałościowo materiałów lepsze efekty uzyskamy zwiększając liczbę punktów kontaktu kul, a więc zwiększając ich liczbę kosztem średnicy.

W przypadku młynów kulowych, prostota konstrukcji maszyny nie idzie w parze z wydajnością procesu mielenia. Niska sprawność procesu mielenia, spowodowana dyssypacją energii mielników i w dużym stopniu zamiana jej w energię cieplną, zmusza technologów do poszukiwania takiego składu kul, dla którego następuje najszybsze zmniejszenie średniego wymiaru ziarna. Da to możliwość ekonomicznego wykorzystania czasu pracy młyna.

## 2. Cel badań

Autorzy artykułu, we wcześniejszych swych publikacjach [7, 8], wykazali wpływ liczby punktów kontaktu na szybkość rozdrabniania w młynie kulowym (uzależnioną od liczby mielników w młynie) oraz wielkości kul. Badania były prowadzone w ograniczonym zakresie a otrzymane wyniki zachęciły do podjęcia dalszych badań i analizy kinetyki procesu.

### 3. Parametry procesowo – aparaturowe młynów

Badania prowadzono w młynie półtechnicznym przy różnej liczbie i wymiarach mielników. Wyniki porównano z rezultatami otrzymanymi dla młyna przemysłowego. W obu młynach rozdrabniano identyczne mieszanki surowców wykorzystywanych do wyrobu mas ceramicznych. Podstawowe parametry młynów zamieszczono w tabeli 1.

Rozdrabnianie prowadzono na mokro w zawiesinie wodnej wraz z antyemulgatorami. Przemiał wykonywano dla składu mieszanki, którą stanowiła mieszanina skaleni oraz iłów (tab. 2). Mieszanka taka wykorzystywana jest w produkcji płytek ściennych.

Podczas rozdrabniania pobierano próbki mielonego materiału w ustalonych odstępach czasu. Wypełnienie

grinding is additionally affected by the ball size and their number. It is obvious that at the same volume of the bed of balls (the same degree of filling the drum with balls) the bigger are the balls the smaller will be their number. Bigger balls denote a bigger mass of a single ball and higher forces of their mutual interaction. The related smaller number of balls denotes a smaller number of the points of contact and hence a decrease of mini-regions where impact loading may occur in a given moment. Selection of a ball diameter depends on ground material resistance and on the raw material particle diameter. In general, for bigger particles which require higher forces to be ground, bigger balls should be used, while for smaller particles and materials with weaker strength better results are obtained when the number of contacts of the balls increases, i.e. by increasing their number at the cost of diameter.

In the case of ball mills, the simple machine construction is not accompanied by the process efficiency. Low efficiency of grinding induced by the dissipation of grinding balls energy and transformation of its significant part into thermal energy, makes technologists search for such composition of the balls for which the decrease of mean particle size is the fastest. This will provide an opportunity for a more economic use of the time of mill operation.

## 2. Aim of studies

In previous publication [7, 8], the authors showed the effect of the number of contact points on the rate of grinding in the ball mills (dependent on the number of grinding elements in the mill) and the size of balls. Tests were carried out in a limited range and the obtained results were encouraging enough to undertake further studies and analysis of process kinetics.

## 3. Process and equipment parameters

Investigations were carried out in a pilot-plant mill with a different number and size of grinding balls. Results were compared with those obtained for the industrial mill. In both mills identical mixtures of raw materials used for production of ceramic masses were ground. Basic parameters of the mills are given in Table 1.

Wet grinding was performed in a water suspension with the addition of antiemulsifiers. The ground material was a mixture of feldspar and clay (Table 2). Such mixture is used in the production of wall tiles.

During grinding samples of ground material were taken at specified time intervals. The mills were filled with corundum balls of different mass w młynach stanowiły kule korundowe o zróżnicowanej masie i wielkości (tab. 3). W młynie półprzemysłowym wykonano po trzy serie przemiałów A, B i C.

and size (Table 3). In the pilot-plant mill three grinding series A, B and C were made.

Tablica 1

Podstawowe parametry młynów

Table 1 Main parameters of the mills

	Młyn przemysłowy Industrial mill	Młyn półtechniczny Pilot-plant mill				
Inner diameter [m] Średnica wewnętrzna [m]	2,5	0,5				
Total volume [m <sup>3</sup> ] Pojemność całkowita [m <sup>3</sup> ]	34	0,118				
Frequency of rotations n, [min <sup>-1</sup> ] Częstość obrotowa n, [min <sup>-1</sup> ]	12,65	33				
n/n <sub>kr</sub>	0,47	0,54				
		Α	В	С		
Number of grinding balls [thousand pieces] Liczba kul mielących [tyś. Szt.]	368	4,37	1,709	1,151		

Tablica 2

Skład nadawy stosowanej w badaniach

Skład	niki stałe, [kg]	21 300				
Solid	components, [kg]	21 500				
	– skalenie, [kg]	3 834				
	– feldspar, [kg]	2 00 1				
T	- iły, [%]	11 502				
yn cl.	– clay, [%]	11 302				
w t ine	– dolomit, [%]	1 704				
	– dolomite, [%]	1704				
	– węglan wapnia, [%]	1 704				
	– calcium carbonate, [%]	1 704				
Liqui	d components, [kg]	2 100				
Skład	niki płynne, [kg]	2 100				
	– w tym, woda, [kg]	2.051				
w tym incl.	– incl. water [kg]	2 051				
	– trój polifosforan sodowy, [kg]	40				
	<ul> <li>– sodium tripolyphosphate [kg]</li> </ul>	49				

Tablica 3

Skład kul i ich wymiary dla badanych młynów

Table 3

Table 2

Tested feed composition

Composition of balls and their sizes in the tested mills

	Młyn Pil	półtechn ot-plant n	iczny nill	Młyn przemysłowy Industrial mill
	А	B	С	
Średnica kul, [mm] Ball diameter, [mm]	Ma Ba	asa kul, [k 11 mass, [l	kg]	Ball mass, [kg] Masa kul, [kg]
10	6,1	1		
20	12,2	12,25	11,25	
25				4000
30	12,2	12,25	14,25	8000
40	10	15	15	8000
45				6500
Łącznie Total	40,5	40,5	40,5	26500

#### 4. Wyniki i dyskusja

Analizę składu wykonywano za pomocą laserowego analizatora wielkości ziaren ANALYSETTE 22 firmy FRITSCH.

W tabelach 4, 7 przedstawiono wyniki analizy składu granulometrycznego monoporozy dla młyna pracującego w warunkach przemysłowych oraz dla trzech serii przemiałów w młynie pracującym w skali półprzemysłowej. Zmianę udziałów procentowych, wybranych frakcji rozmiarowych, dla młyna przemysłowego oraz serii A, B i C, przedstawiono na wykresach (rys. 1, 4).

Zmiana w czasie składu granulometrycznego pozwoliła na obliczenie szybkości rozdrabniania poszczególnych frakcji rozmiarowych. Do obliczeń wykorzystano równanie (1) Gardnera i Austina [3], w formie różniczkowej dla dyskretnych wartości udziałów, zakładając idealne wymieszanie mielonego materiału.

#### 4. Results and discussion

The composition was analysed by a laser particle analyser ANALYSETTE 22 (FRITSCH).

Tables 4 to 7 give results of the particle size analysis of monoporosis for a mill operating in industrial conditions and for three series of grinding in the mill operating in a pilot-plant scale. Changes in the percentage of selected fractions, for an industrial mill and series A, B and C, are shown in diagrams (Figs. 1 to 4).

A change of particle size distribution in time enabled a calculation of the rate of grinding of particular size fractions. In the calculation equation (1) proposed by Gardner and Austin [3] the differential form for discrete values of fractions was used, assuming an ideal mixing of the ground material.

$$\frac{dw_i(t)}{dt} = S_i w_i(t) + \sum_{j=1, i>1}^{i-1} S_j b_{i,j} \cdot w_j(t)$$
(1)

Współczynniki szybkości Si w równaniu (1) dla serii A, B i C oraz młyna pracującego w warunkach przemysłowych przedstawiono na rys. 6 i 7.

Obliczano również średni wymiar ziarna ze wzoru:

Rate coefficients Si in equation (1) for series A, B and C and the mill operating in industrial conditions are shown in Figs. 6 and 7.

The mean particle size was also calculated from the formula:

$$d_{sr} = \sum_{i=1}^{n} d_{sr\,i} \cdot w_i \tag{2}$$

Pozwoliło to na przedstawienie na wykresie (rys. 5) kinetyki procesu mielenia w formie zależności między średnim wymiarem ziaren a czasem mielenia:  $d_{sr} = f(t)$ .

Na wykresie 5 przedstawiono zmianę w czasie średniego wymiaru ziarna dsr dla trzech serii przemiałów w młynie półprzemysłowym oraz w młynie działającym w instalacji przemysłowej. Z analizy przebiegu krzywych wynika, iż w pierwszym okresie rozdrabniania, proces najszybciej przebiega w młynie przemysłowym a w przypadku młyna półprzemysłowego dla serii C.

Charakter zmian średniego wymiaru ziaren w dalszym okresie mielenia dla wszystkich czterech prób mielenia jest podobny a różnice w otrzymanych wynikach zbyt małe aby na ich podstawie można było wyciągnąć zbyt daleko idące wnioski.

Dużo łatwiej jest natomiast odwzorować przebieg procesu na podstawie otrzymanych wyników szybkości rozdrabniania poszczególnych frakcji rozmiarowych (rys 6 i 7). Grube ziarna nadawy w młynie półprzemysłowym najszybciej rozdrabniały się przy wypełnieniu kulami o składzie C, w którym przeważały kule o większych wymiarach. Natomiast najniższe szybkości mielenia grubych frakcji ziaren otrzymano w przypadku wypełnienia młyna kulami o składzie A, w którym dominowały kule małe. Jednak największe prędkości mielenia grubych ziaren uzyskano w młynie This enables a graphic presentation of the process kinetics in the form of a dependence of mean particle size on grinding time:  $d_{sr} = f(t)$  (see Fig. 5).

Figure 5 shows a change of mean particle size  $d_{sr}$  in time for three series of grinding in the pilot-plant mill and in the mill installed in an industrial system. It follows from analysis of the obtained curves that in the first period of grinding the process is the fastest in the industrial mill, and in the case of the pilot-plant mill – in series C.

The character of changes in the mean particle size in the next period of grinding is similar for all four grinding tests and differences in the results are too low to enable far reaching conclusions.

It is much easier to map the process on the basis of the results concerning grinding rates of particular size fractions (Figs. 6 and 7). Coarse grains of the feed in the pilot-plant mill were ground most quickly when the mill was filled with the balls of composition C, where bigger balls dominated. On the other hand, the lowest grinding rates for coarse particles were obtained in the mill with balls of composition A where small balls were predominant. However, the highest rates of grinding of coarse particles were obtained in the industrial mill, where still bigger balls were applied and additionally, the mill diaprzemysłowym, w którym zastosowano jeszcze większe kule a ponadto, średnica młyna była 5-krotnie większa od średnicy młyna półprzemysłowego. meter was 5-times bigger than that of the pilot-plant mill.

Tablica 4 Udziały procentowe *w<sub>i</sub>* frakcji rozmiarowych w młynie przemysłowym Table 4 Percentage of size fractions  $w_i$ in the industrial mill

	Młyn przemysłowy Industrial mill	Czas mielenia, [min] Grinding time, [min ]										
	Frakcja rozm. <i>i</i> , [μm] Size fraction <i>i</i> , [μm]	80	110	140	170	200	230	260				
		Percentage of size fraction <i>w<sub>i</sub></i> , [%] Udział frakcji rozmiarowej <i>w<sub>i</sub></i> , [%]										
1	527,62 ÷ 416,51	0,22	0,06	0,38	0,01	0,03	0,27	0,00				
2	416,51 ÷ 323,35	0,15	0,14	0,41	0,00	0,03	0,54	0,00				
3	329,35 ÷ 251,02	0,20	0,18	0,72	0,00	0,04	0,33	0,00				
4	251,02 ÷ 194,88	0,29	0,14	1,36	0,00	0,03	0,24	0,00				
5	194,98 ÷ 151,29	0,29	0,35	2,49	0,04	0,01	0,45	0,00				
6	151,29 ÷ 117,45	0,61	0,62	2,70	0,32	0,01	1,14	0,01				
7	117,45 ÷ 91,18	1,32	0,91	2,55	1,16	0,02	1,66	0,08				
8	91,18 ÷ 70,79	2,13	1,36	2,53	2,21	0,10	1,64	0,42				
9	$70,79 \div 54,95$	2,57	1,59	2,29	2,51	0,39	1,66	1,18				
10	54,95 ÷ 42,66	2,63	2,66	3,37	3,67	1,73	3,05	3,18				
11	42,66 ÷ 33,12	2,30	6,12	7,24	7,27	6,08	6,87	7,98				
12	33,12 ÷ 25,71	4,36	6,12	6,44	6,96	6,64	6,77	7,60				
13	25,71 ÷ 19,96	6,58	5,69	5,35	6,24	6,52	6,23	6,74				
14	19,96 ÷ 15,50	5,40	5,19	4,59	5,67	6,23	5,74	6,10				
15	15,5 ÷ 12,03	4,72	5,27	4,40	5,44	6,15	5,57	5,89				
16	12,03 ÷ 9,34	5,34	5,50	4,82	5,50	6,28	5,62	5,96				
17	9,34 ÷ 7,25	6,61	6,27	5,37	5,96	6,79	5,99	6,41				
18	7,25 ÷ 5,63	7,24	7,05	6,00	6,46	7,31	6,35	6,93				
19	5,63 ÷ 4,37	6,70	7,12	5,97	6,42	7,31	6,23	6,69				
20	4,37 ÷ 3,39	5,91	6,35	5,30	5,78	6,39	5,54	5,86				
21	3,39 ÷ 2,63	5,29	5,35	4,56	4,90	5,58	4,72	4,98				
22	2,63 ÷ 2,04	4,85	4,59	3,81	4,36	4,73	4,28	4,47				
23	2,04 ÷ 1,59	4,54	4,06	3,36	3,76	4,33	3,74	3,76				
24	1,59 ÷ 1,23	4,21	3,66	3,00	3,38	3,79	3,37	3,48				
25	$1,23 \div 0,96$	3,81	3,30	2,69	2,96	3,35	2,97	3,26				
26	$0,96 \div 0,74$	3,33	2,88	2,34	2,55	2,89	2,62	2,28				
27	$0,74 \div 0,58$	2,77	2,40	1,94	2,18	2,40	2,17	2,23				
28	$0,58 \div 0,45$	2,14	1,82	1,46	1,56	1,79	1,58	1,78				
29	$0,\!45 \div 0,\!35$	1,49	1,34	1,05	1,12	1,30	1,11	1,14				
30	$0,35 \div 0,27$	1,09	1,04	0,82	0,86	0,99	0,85	0,85				

#### Tablica 5 Udziały procentowe *w<sub>i</sub>* frakcji rozmiarowych dla serii A

	Seria A Series A	Czas mielenia, [min] Grinding time, [min ]										
Frakcja romiarowa <i>i</i> , [μm]		60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	
	Size fraction <i>i</i> , [µm]	Udział frakcji rozmiarowej w <sub>i</sub> , [%] Percentage of size fraction w <sub>i</sub> , [%]										
1	659,52 ÷ 517,48	0,02	0,11	0,07	0,10	0,10	0,00	0,02	0,00	0,00	0,01	
2	517,48 ÷ 398,94	0,00	0,20	0,20	0,07	0,07	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	
3	398,94 ÷ 307,56	0,01	0,15	0,29	0,07	0,07	0,01	0,01	0,00	0,00	0,01	
4	307,56 ÷ 237,11	0,01	0,20	0,19	0,09	0,09	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	
5	237,11 ÷ 182,79	0,00	0,94	0,21	0,21	0,21	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	
6	182,79 ÷ 140,92	0,00	2,58	0,60	0,15	0,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
7	$140,92 \div 108,64$	0,00	2,23	1,99	0,08	0,08	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
8	108,64 ÷ 83,76	0,01	1,89	4,41	0,16	0,16	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	
9	83,76 ÷ 64,57	0,10	2,73	5,23	0,73	0,73	0,20	0,07	0,00	0,01	0,02	
10	$64,57 \div 49,78$	0,66	3,33	4,49	2,09	2,09	1,13	0,56	0,03	0,11	0,20	
11	49,78 ÷ 38,38	2,59	3,90	4,56	4,08	4,08	3,81	2,99	0,57	1,19	1,40	
12	38,38 ÷ 29,59	5,66	4,60	4,84	6,22	6,22	7,22	7,69	3,84	5,26	5,07	
13	29,59 ÷ 22,81	6,46	5,14	5,20	6,92	6,92	7,74	8,23	6,68	7,28	7,09	
14	22,81 ÷ 17,58	6,98	5,81	5,73	7,47	7,47	8,03	8,28	8,77	8,63	8,53	
15	17,58 ÷ 13,56	7,21	6,21	5,92	7,28	7,28	7,48	7,48	8,95	8,36	8,37	
16	13,56 ÷ 10,45	7,61	6,30	5,93	7,23	7,23	7,35	7,46	8,52	8,10	8,14	
17	$10,45 \div 8,06$	7,77	6,29	5,87	7,04	7,04	7,12	7,30	7,95	7,72	7,78	
18	8,06 ÷ 6,21	7,14	5,89	5,47	6,37	6,37	6,40	6,55	6,96	6,85	6,91	
19	6,21 ÷ 4,79	6,10	5,23	4,88	5,48	5,48	5,47	5,54	5,87	5,77	5,82	
20	4,79 ÷ 3,69	5,29	4,70	4,40	4,82	4,82	4,78	4,78	5,11	5,00	5,03	
21	3,69 ÷ 2,85	4,79	4,33	4,06	4,42	4,42	4,35	4,31	4,66	4,55	4,56	
22	$2,85 \div 2,19$	4,41	3,98	3,73	4,07	4,07	3,99	3,95	4,30	4,19	4,20	
23	2,19 ÷ 1,69	4,06	3,60	3,36	3,69	3,69	3,63	3,60	3,93	3,84	3,84	
24	1,69 ÷ 1,3	3,69	3,21	2,97	3,28	3,28	3,23	3,22	3,52	3,45	3,44	
25	1,3 ÷ 1,01	3,22	2,76	2,55	2,81	2,81	2,78	2,76	3,02	2,97	2,96	
26	$1,01 \div 0,78$	2,67	2,26	2,08	2,29	2,29	2,26	2,24	2,45	2,42	2,41	
27	$0,78 \div 0,60$	2,04	1,70	1,56	1,72	1,72	1,68	1,66	1,82	1,81	1,79	
28	$0,\!60 \div 0,\!46$	1,49	1,23	1,11	1,21	1,21	1,18	1,18	1,28	1,28	1,27	
29	0,46 ÷ 0,36	1,12	0,92	0,83	0,90	0,90	0,87	0,86	0,94	0,94	0,93	
30	0,36 ÷ 0,27	0,91	0,74	0,68	0,74	0,74	0,71	0,69	0,76	0,75	0,74	

#### Tablica 6 Udziały procentowe *w<sub>i</sub>* frakcji rozmiarowych dla serii B

	Seria B Series B	Czas mielenia, [min] Grinding time, [min ]										
Frakcja rozmiarowa <i>i</i> , [μm]		60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	
	Size fraction <i>i</i> , [µm]	Udział frakcji rozmiarowej w <sub>i</sub> , [%] Percentage of size fraction w <sub>i</sub> , [%]										
1	1002,47 ÷ 776,78	0,05	0,12	0,01	0,01	0,07	0,06	0,01	0,05	0,02	0	
2	776,78 ÷ 591,08	0,05	0,05	0	0	0,08	0,07	0,01	0,05	0,02	0	
3	591,08 ÷ 449,78	0,08	0,1	0,03	0,02	0,05	0,04	0,01	0,06	0,03	0	
4	449,78 ÷ 342,26	0,03	0,09	0	0	0,1	0,08	0,02	0,04	0,02	0	
5	342,26 ÷ 260,44	0,01	0,03	0	0	0,06	0,04	0	0,05	0,03	0	
6	260,44 ÷ 198,18	0,06	0,09	0	0	0,05	0,01	0	0,04	0,01	0	
7	198,18 ÷ 150,80	0,48	0,71	0	0	0,17	0,02	0	0,02	0	0	
8	150,80 ÷ 114,75	2,06	3,41	0,11	0,06	0,73	0,11	0	0,02	0	0	
9	114,75 ÷ 87,32	3,53	5,97	1,15	0,72	2,05	0,63	0,04	0,06	0,01	0,01	
10	87,32 ÷ 66,45	3,54	5,46	4,19	3,32	3,52	2,2	0,37	0,23	0,09	0,13	
11	$66,45 \div 50,56$	2,72	3,92	5,52	5,6	4,35	4,2	1,68	0,94	0,65	1,08	
12	50,56 ÷ 38,47	2,47	3,36	5,53	6,17	5,39	5,86	4,33	3,05	2,9	4,82	
13	38,47 ÷ 29,28	3,11	3,29	4,89	5,26	5,3	6,11	5,85	5,66	5,93	9,68	
14	$29,28 \div 22,28$	4,13	3,93	5,14	5,37	5,62	6,24	6,53	6,76	6,77	9,43	
15	22,28 ÷ 16,95	5,01	4,85	5,82	6,02	6,36	6,8	7,53	7,98	7,77	8,32	
16	16,95 ÷ 12,90	6,01	5,91	6,73	6,89	7,2	7,52	8,41	9,03	8,71	7,82	
17	$12,9 \div 9,82$	6,02	5,25	5,41	5,38	5,17	5,33	5,72	5,76	5,9	5,28	
18	9,82 ÷ 7,47	6,65	5,92	6,18	6,16	6,03	6,2	6,67	6,94	6,96	6,27	
19	7,47 ÷ 5,68	6,02	5,25	5,41	5,38	5,17	5,33	5,72	5,76	5,9	5,28	
20	5,68 ÷ 4,32	5,62	4,85	4,96	4,92	4,68	4,84	5,19	5,13	5,31	4,67	
21	4,32 ÷ 3,29	5,44	4,68	4,78	4,73	4,49	4,64	4,97	4,91	5,08	4,4	
22	$3,29 \div 2,50$	5,23	4,51	4,6	4,57	4,34	4,46	4,8	4,74	4,91	4,2	
23	2,50 ÷ 1,91	4,88	4,22	4,31	4,28	4,08	4,17	4,5	4,45	4,61	3,93	
24	$1,91 \div 1,45$	4,4	3,8	3,9	3,88	3,7	3,75	4,08	4,01	4,16	3,56	
25	$1,45 \div 1,1$	3,81	3,31	3,38	3,36	3,23	3,24	3,55	3,46	3,6	3,09	
26	$1,1 \div 0,84$	3,17	2,74	2,8	2,78	2,67	2,66	2,92	2,83	2,95	2,55	
27	$0,84 \div 0,64$	2,43	2,09	2,13	2,1	2,03	1,99	2,2	2,12	2,21	1,93	
28	$0,\!64 \div 0,\!49$	1,8	1,52	1,54	1,51	1,45	1,41	1,55	1,49	1,55	1,4	
29	$0,\!49 \div 0,\!37$	1,33	1,11	1,12	1,08	1,05	1	1,11	1,06	1,1	1,01	
30	$0,37 \div 0,28$	1	0,84	0,84	0,81	0,8	0,75	0,85	0,81	0,84	0,75	

#### Tablica 7 Udziały procentowe *w<sub>i</sub>* frakcji rozmiarowych dla serii C

	Seria C Series C	Czas mielenia, [min] Grinding time, [min ]										
Fra	kcja rozmiarowa <i>i</i> , [μm] Size fraction <i>i</i> , [μm]	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	
		Udział frakcji rozmiarowej w <sub>i</sub> , [%] Percentage of size fraction w <sub>i</sub> , [%]										
1	1002,47 ÷ 776,78	0,11	0,10	0,07	0,03	0,02	0,05	0,00	0,02	0,01	0,00	
2	776,78 ÷ 591,08	0,08	0,06	0,04	0,01	0,01	0,06	0,00	0,03	0,01	0,00	
3	591,08 ÷ 449,78	0,13	0,12	0,10	0,04	0,03	0,04	0,00	0,02	0,01	0,00	
4	449,78 ÷ 342,26	0,12	0,07	0,05	0,02	0,01	0,07	0,00	0,03	0,02	0,01	
5	342,26 ÷ 260,44	0,11	0,04	0,02	0,00	0,00	0,04	0,00	0,01	0,00	0,00	
6	260,44 ÷ 198,18	0,34	0,12	0,08	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	
7	198,18 ÷ 150,80	1,35	0,68	0,47	0,03	0,01	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	
8	150,80 ÷ 114,75	3,34	2,18	1,74	0,34	0,07	0,16	0,00	0,02	0,00	0,00	
9	114,75 ÷ 87,32	4,11	3,62	3,37	1,84	0,55	0,70	0,00	0,12	0,03	0,00	
10	87,32 ÷ 66,45	3,60	3,90	4,48	3,99	2,14	2,09	0,03	0,68	0,32	0,02	
11	$66,\!45 \div 50,\!56$	3,55	4,52	5,29	5,52	4,87	4,14	0,47	2,47	1,78	0,31	
12	50,56 ÷ 38,47	3,35	4,16	4,98	5,50	5,58	5,49	2,96	4,84	4,53	2,23	
13	38,47 ÷ 29,28	4,12	4,63	5,38	5,84	6,17	6,22	6,02	6,33	6,40	5,44	
14	$29,28 \div 22,28$	5,45	5,76	6,29	6,72	7,29	7,29	8,82	7,94	8,23	8,59	
15	$22,28 \div 16,95$	6,93	7,17	7,32	7,77	8,37	8,34	10,30	9,18	9,40	10,44	
16	16,95 ÷ 12,90	7,73	7,93	7,77	8,20	8,65	8,66	10,16	9,38	9,53	10,52	
17	12,9÷9,82	7,51	7,63	7,35	7,69	7,97	8,03	8,96	8,52	8,71	9,33	
18	9,82 ÷ 7,47	6,61	6,65	6,35	6,61	6,79	6,86	7,45	7,18	7,40	7,71	
19	7,47 ÷ 5,68	5,73	5,72	5,43	5,62	5,77	5,84	6,28	6,09	6,26	6,45	
20	5,68 ÷ 4,32	5,18	5,14	4,87	5,02	5,18	5,23	5,64	5,45	5,56	5,75	
21	4,32 ÷ 3,29	4,91	4,86	4,61	4,74	4,93	4,96	5,36	5,16	5,22	5,43	
22	$3,29 \div 2,50$	4,69	4,62	4,40	4,52	4,72	4,75	5,12	4,93	4,96	5,19	
23	2,50 ÷ 1,91	4,36	4,29	4,10	4,20	4,41	4,43	4,77	4,60	4,61	4,83	
24	$1,91 \div 1,45$	3,92	3,85	3,69	3,79	3,98	4,00	4,30	4,15	4,16	4,36	
25	$1,45 \div 1,1$	3,40	3,32	3,19	3,28	3,45	3,46	3,72	3,58	3,59	3,77	
26	$1,1 \div 0,84$	2,80	2,73	2,62	2,69	2,83	2,83	3,06	2,93	2,93	3,08	
27	$0, 84 \div 0, 64$	2,13	2,05	1,98	2,02	2,12	2,12	2,28	2,18	2,18	2,29	
28	0,64 ÷ 0,49	1,53	1,46	1,41	1,43	1,50	1,50	1,62	1,53	1,53	1,61	
29	0,49 ÷ 0,37	1,11	1,06	1,02	1,03	1,07	1,07	1,15	1,09	1,09	1,14	
30	0,37 ÷ 0,28	0,87	0,81	0,79	0,79	0,82	0,79	0,85	0,82	0,81	0,83	
31	$0,28 \div 0,2$	0,87	0,81	0,79	0,79	0,82	0,79	0,85	0,82	0,81	0,83	

62 Inżynieria Mineralna — STYCZEŃ – CZERWIEC < 2005 > JANUARY – JUNE — Journal of the Polish Mineral Engineering Society



#### Rys. 1



Fig. 1 The change of particle size distribution  $w_i$  in time for material ground in the industrial mill



Rys. 2

Zmiana w czasie składu granulometrycznego materiału mielonego dla serii A

Fig. 2 The change of particle size distribution  $w_i$  in time for ground material in series A.



Rys. 3 Zmiana w czasie składu granulometrycznego materiału mielonego dla serii B

Fig. 3 The change of particle size distribution  $w_i$  in time for ground material in series B.





Zmiana w czasie składu granulometrycznego materiału mielonego dla serii C

Fig. 4 The change of particle size distribution  $w_i$  in time for ground material in series C.



Rys. 5 Zmiana średniego wymiaru ziarna  $d_{sr}$  w czasie mielenia

Fig. 5

The change of mean particle diameter  $d_{sr}$  during grinding.



Rys. 6

Zmiana w czasie składu granulometrycznego materiału mielonego dla serii C

Fig. 6 Fig. 6 The change of particle size distribution  $w_i$  in time for ground material in series C.

Tak znaczny wzrost średnicy powoduje, iż unoszone kule spadają z większej wysokości (mimo niższego dla młyna przemysłowego stosunku  $n/n_{kr}$ ) i tym samym ich energia uderzenia o złoże jest większa. Na wykresie pokazanym na rys 6. wyraźnie widać, iż największe prędkości mielenia występują dla ziarn o wymiarach od około 50 do około 200 µm. Zjawisko to należy łączyć z surowcem, który charakteryzuje się niejednorodnością, tak jeśli chodzi o wymiar ziaren jak i podatnością na rozdrabnianie poszczególnych składników mieszaniny.

Interesująca jest podobna analiza dotycząca szybkości rozdrabniania frakcji drobnych. Przedstawiono to dla wyrazistości w innej skali na rys. 7. This significant increase of diameter causes that entrained balls fall down from a bigger height (despite lower  $n/n_{kr}$  ratio in the industrial mill) and so, their energy of impact on the bed is higher. In a diagram shown in Fig. 6 it can be observed that the highest grinding rates occur for particles with a diameter ranging from about 50 to about 200 µm. This phenomenon should be linked with a raw material which is non-homogeneous, both as particle size and grindability of particular components of the mixture are concerned.

A similar analysis referring to the rate of grinding of fine fractions is also interesting. For the sake of clarity, this is presented in a different scale in Fig. 7.





Szybkości rozdrabniania *S<sub>i</sub>* poszczególnych frakcji rozmiarowych mielonego materiału (frakcje drobne)

Dla ziaren o wymiarach mniejszych niż 20 µm zdecydowanie najwolniej przebiegał proces w przypadku wypełnienia młyna półtechnicznego kulami w wersji C, w której ze względu na duże wymiary mielników ich liczba jest najmniejsza (mała liczba punktów kontaktów między kulami). W tych warunkach dla ziaren o wymiarach poniżej 3 µm występują nawet ujemne wartości szybkości rozdrabniania, co świadczy o występujących zjawiskach aglomeracji, któremu w tych warunkach procesowych nie można przeciwdziałać. Porównując warunki rozdrabniania z wypełnieniem młyna w wersji A i B widać, iż do wymiaru ziarna około 3 um nieco wyższe predkości uzyskujemy dla wypełnienia w wersji B niż w wersji A. Dla mniejszych ziaren sytuacja jest odwrotna. Natomiast najwyższe szybkości mielenia również w zakresie małych ziaren otrzymano w młynie przemysłowym. Jest to najprawdopodobniej wynikiem prawie dwukrotnie większego, w porównaniu z młynem półtechnicznym, stopniem wypełnienia młyna kulami. Pomimo większych średnic kul, daje to większą liczbę punktów kontaktu mielników.

Fig. 7

For particles of size smaller than 20 µm the process was the slowest in the case when the pilot-plant mill was filled with balls C, when due to big size of the grinding balls their number is the lowest (a small number of the points of contact between the balls). In these conditions, for particles of the size not exceeding 3 µm, there are even negative grinding rates which proves that agglomeration occurs, i.e. a phenomenon which cannot be prevented in these process conditions. When comparing the conditions of grinding in the mill filled with balls A and B, one can observe that up to the particle size of about 3  $\mu$ m we obtain slightly higher rates for balls B than for A. For smaller balls, the case is opposite. The highest grinding rates, also in the range of small particles, were obtained in the industrial mill. This is most probably a result of almost twice as high as in the pilot-plant mill, filling the mill with balls. Despite bigger ball diameters this gives a bigger number of the points of contact of the grinding media.

Grinding rate *S<sub>i</sub>* of particular size fractions of ground material (fine fractions).

# 5. Wnioski

Na podstawie przedstawionych wyników można sformułować następujące wnioski:

- Na przebieg procesu mielenia w młynach kulowych w pierwszym okresie mielenia, gdy ziarna surowca są stosunkowo duże, istotny wpływ posiada wielkość kul, determinująca wielkość sił oddziaływania kul na rozdrabniane ziarna.
- 2. W drugim okresie mielenia, gdy wymiary ziaren mielonego materiału są znacznie mniejsze pojawia się wpływ liczby kul a w konsekwencji liczby punktów kontaktów mielników między którymi następuje rozdrabnianie ziaren materiału.

## 6. Wykaz symboli

- b<sub>i,j</sub> funkcja rozkładu definiowana jako ta część materiału rozdrobnionego z przedziału rozmiarowego j, która przeszła do przedziału rozmiarowego i,
- $d_{sr}$  średni (arytmetyczny) wymiar ziaren w przedziale rozmiarowym *i*,
- *S<sub>i</sub>*, *S<sub>j</sub>* szybkość właściwa mielenia ziarn dla przedziałów rozmiarowych *i* oraz *j*, zwana parametrem rozkładu,
- *w<sub>i</sub>* udział % próbki z przedziału rozmiarowego *i*,

 $w_i(t), w_j(t)$  — udziały % próbki dla przedziałów rozmiarowych *i*, *j* po czasie mielenia *t*.

Praca realizowana w ramach projektu badawczego nr 3TOC 005 23 finansowanego przez Komitet Badań Naukowych w latach 2002–2005.

# **5.** Conclusions

On the basis of the above results the following conclusions can be formulated:

- 1. In the first period of grinding, when raw material particles are relatively big, the process of grinding in the ball mills is strongly affected by the ball size that determines the forces with which the balls act on the ground particles.
- 2. In the second period of grinding, when the size of ground material particles decreases remarkably, the influence of the number of balls is observed, and consequently the number of the points of contact of the balls between which material particles are ground.

## 6. List of symbols

- *b<sub>i,j</sub>* distribution function defined as this part of ground material from size fraction *j*, which passed to size interval *i*,
- $d_{sr}$  mean (arithmetic) particle size in size interval *i*,
- $S_i, S_j$  specific rate of grinding of particles from interval *i* or *j* called also the distribution parameter,
- $w_i$  mass fraction of particles from size interval *i*,
- $w_i(t), w_j(t)$  weight fraction of particles from interval *i* or *j* after grinding time *t*.

The work was carried out under research project no. 3T09C 005 23 financed by the State Committee for Scientific Research for the years 2002–2005.

# Literatura — References

- 1. Drzymała Z. i inni. Badania i podstawy konstrukcji młynów specjalnych. PWN. Warszawa 1992.
- 2. Mattan J.: How to step up ball mill efficiency. Rock Products, Nr 5, 1971.
- 3. Lynch A.J. Mineral crushing and grinding circuits. Amsterdam, Oxford, New York 1974.
- 4. Lowrison G. C. Crushing and grinding. Butterworth, London 1974.
- 5. Shipway P. H., Hutchings I. M. Attrition of brittle spheres by fracture under compression and impact loading. Powder Tech. 76, 23-30, 1993.
- 6. Shipway P. H., Hutchings I. M. Fracture of brittle spheres by fracture under compression and impact loading. I. Elastic stress distribution. Phil. Magaz. A, 67, 1389-1404, 1993.
- 7. Heim A., Olejnik T.P., Pawlak A., Analiza porównawcza pracy wybranych przemysłowych młynów kulowych, KOMEKO, 2004.