



Metodologia określania zależności pomiędzy wynikami analiz składu ziarnowego

Methodology of determining the dependencies between the grain composition analyses results

Barbara PESZKO¹⁾, Tadeusz TUMIDAJSKI²⁾

¹⁾ Dr inż.; Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Zakład Przeróbki Kopalni, Ochrony Środowiska i Utylizacji Odpadów; al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków; tel: (0 prefix 12) 617-21-77; fax: (0 prefix 12) 617-21-78

²⁾ Dr hab., prof. AGH; Akademia Górniczo-Hutnicza; Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Zakład Przeróbki Kopalni, Ochrony Środowiska i Utylizacji Odpadów; al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków; tel.: (0 prefix 12) 617-20-56; fax: (0 prefix 12) 617-21-98; e-mail:tumidaj@gorniczy.gorn.agh.edu.pl

RECENZENCI: Prof.dr Rudolf TOMANEC; Prof. dr hab. inż. Jan DRZYMAŁA

Streszczenie

Tematem pracy jest porównanie wyników analiz składu ziarnowego tego samego materiału, uzyskanych przy użyciu różnych metod (zastosowano metodę sedimentacyjną, metodę mikroskopową oraz pomiar licznikiem Coultera). W tym celu metody pomiarowe zostały podzielone na związane ze sobą liniowo i nieliniowo. Za metody związane liniowo przyjęto te, które utrzymują ten sam typ rozkładu wielkości ziaren a nieliniowo pozostałe. Przedstawiono dwie drogi (zasady) przeliczania wyników (metoda przejścia z rozkładu na rozkład oraz metoda regresyjna).

Summary

The comparison of the grain composition analyses results of the same material is the topic of the paper (the sedimentation method, microscopic method and the measurement done by Coulter Counter). In this purpose the measure methods were divided into the linearly connected and non-linearly connected. The methods linearly connected are these, which sustain the same type of grain sizes distribution and the rest is classified as non-linearly connected. Two ways (rules) of the counting over of the results are shown in the paper (the method of converting the one distribution into another one and the regressive method).

Słowa kluczowe: rozkład wielkości ziaren, korelacja wyników pomiarów wielkości ziarna

Keywords: Size distribution, correlation of size analyse results

1. Wprowadzenie

Skład ziarnowy jest ważną cechą materiałów sypkich, ma decydujący wpływ na właściwości fizykochemiczne tych materiałów, a te są ważnymi parametrami w procesach technologicznych. Jak na razie nie znaleziono jednej, uniwersalnej metody jego pomiaru. W praktyce największe zastosowanie mają metody polegające na wyznaczaniu wielkości sitowej d_r , wielkości efektywnej d_e , wielkości zastępczej d_z , oraz wielkości statystycznej d_{st} .

Wspomniane rozmiary ziaren powiązane są z techniką ich metod pomiarowych, wszystkie one są poprawne, ale mierzą inną wielkość ziarna przez co dają różne wyniki.

Z powodu tych różnic konieczne jest ustalenie generalnego poglądu na powiązania pomiędzy wynikami analiz składu ziarnowego uzyskane za pomocą różnych metod [2, 4].

2. Założenia metodyki badań

Wielkości ziaren określone różnymi wzorami lub metodami pomiarowymi są związane ze sobą pew-

1. Introduction

The granulometric composition is one of the most important features of fine-grained materials. It is decisive of the physicochemical properties of the technological processes. For the moment there is not a single, universal method of its measurement. In fact the most useful methods are these, which are based on determining the sieve diameter d_r , effective diameter d_e , substitute diameter d_z and statistical diameter d_{st} .

The grain sizes mentioned above are connected with the technical side of their measurement methods. All of them are correct, but measure of different grain sizes diameters and their results are different.

Because of these differences it is necessary to determine the general rule of the connections between the grain composition results obtained by the various methods [2, 4].

2. Assumptions of investigation method

Sizes of grains defined by different formulas or measurement methods are associated mutually by

nymi zależnościami wynikającymi z różnic w ich określeniu lub z obliczeń statystycznych.

W celu uporządkowania zasad przeliczania jednych wyników analiz na drugie przyjęto zasadę klasyfikacji metod określania wielkości ziaren na związane ze sobą liniowo i nieliniowo. Analizy, których rezultaty dają ten sam typ składu ziarnowego traktowane są jako powiązane liniowo. Jest to oparte na znanym wyniku z rachunku prawdopodobieństwa, który mówi, że zmienne losowe powiązane liniowo mają tę samą funkcję gęstości $f(d_1)$, gdzie d_1 oznacza wartości badanej zmiennej losowej D_1 .

Jeżeli h jest funkcją odwrotną funkcji $D_2 = g(D_1)$ to funkcja gęstości $f_1(d_2)$ ma następującą postać:

$$f_1(d_2) = f(h(d_2)) |h'(d_2)| \quad (1)$$

w przedziale zmian d_2 .

Na rysunku 1 zaprezentowano funkcje $f_1(d_1)$ oraz $f_1(d_2)$, gdzie $f(d_1)$ jest krzywą gęstości Weibulla a $D_2 = Da_1$ lub $D_2 = k\sqrt{D_1}$. Łatwo jest zauważyć różnice pomiędzy krzywymi gęstości powiązanymi liniowo i nieliniowo [5].

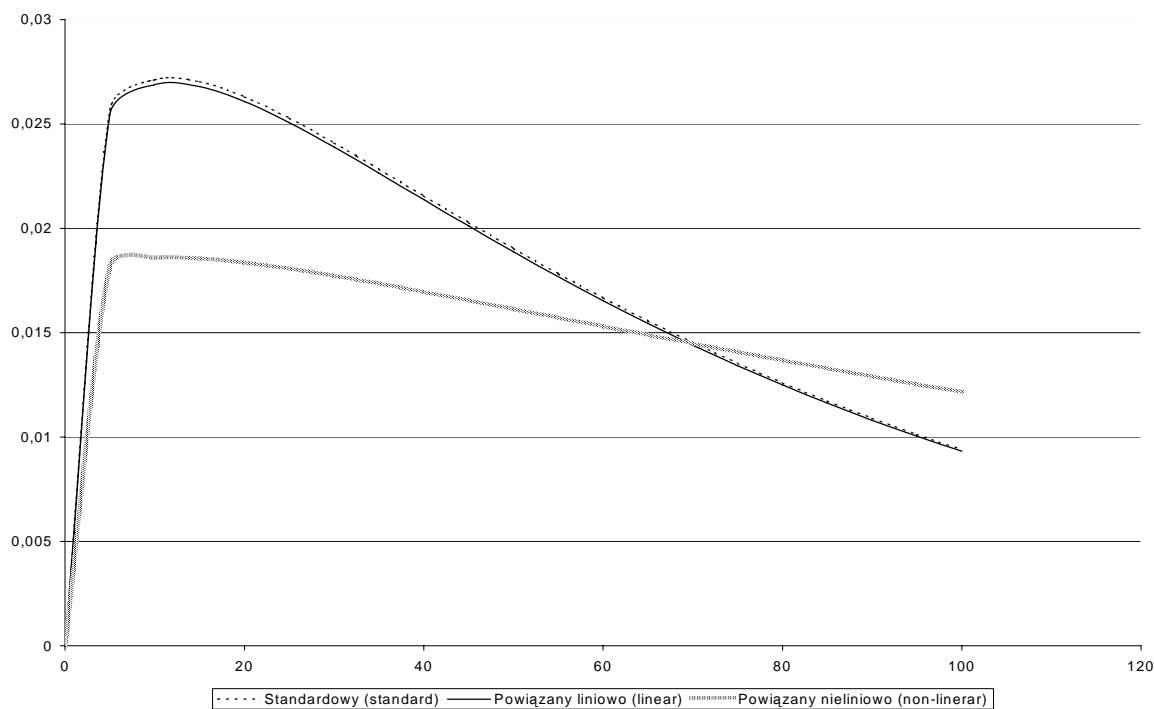
dependencies, which are results of differences in their determination or calculation ways.

In order to determine principles of results comparison the classification analysis results on linearly or non-linearly connected was made. Analyses which results demonstrate the same type of grain size distribution are treated as linearly connected. It is based on the general formulae which determines the probability density function of random variable which is the function of another random variable having the known density function $f(d_1)$, where d_1 are the values of the random variable D_1 .

If h is the reverse function of the function $D_2 = g(D_1)$ then density function $f_1(d_2)$ have the form:

in the change interval of d_2 .

In figure 1 functions $f_1(d_1)$ and $f_1(d_2)$ are demonstrated where $f(d_1)$ is Weibull distribution density function and $D_2 = Da_1$ or $D_2 = k\sqrt{D_1}$. It is easy to mark differences between density functions connected linearly and non-linearly [5].



Rys. 1
Rozkład gęstości Weibulla oraz funkcje gęstości zmiennej losowej

Fig. 1
Density of Weibull random variable and densities of its function

3. Opis prac eksperymentalnych

W celu pokazania różnicy w składzie ziarnowym tego samego materiału określanego przy użyciu różnych metod, wybrano trzy metody pomiarowe. Są to: metoda analizy sedymentacyjnej przeprowadzona przy użyciu wagi sedymentacyjnej „Sartorius” oraz metoda analizy mikroskopowej przeprowadzona po przy-

3. Characterisation of experimental works

In order to show the difference in the grain composition of the same material qualified by different methods, three methods of investigations were distinguished. They are: the sedimentation analysis performed by means of a sedimentation balance “Sartorius” and the microscopic analysis performed

gotowaniu slajdu mikroskopowego, gdzie wielkość ziaren była mierzona przy użyciu metody Martina oraz pomiar za pomocą licznika Coultera.

Do zrealizowania części doświadczalnej wybrano dwa materiały: piasek kwarcowy i szkło. Materiały te były rozdrabniane do wielkości ziaren poniżej 200 µm, a następnie mielone (14 godzin dla piasku kwarcowego oraz 8 godzin dla szkła) aby otrzymać 90% ziaren o mniejszej średnicy niż 100 µm. Analiza sitowa została przeprowadzona na sitach precyzyjnych i w efekcie otrzymano 4 klasy ziarnowe: 0–40 µm, 0–56 µm, 0–80 µm oraz 0–125 µm.

Wyniki otrzymane wyżej wymienionymi trzema metodami zostały przybliżone funkcjami gęstości czterech typów rozkładu: Weibulla, logarytmiczno-normalnego, Weibulla uciętego oraz Gaudina-Schuhmanna [6].

Jako miarę dokładności przybliżenia obliczono błędy resztowe wg następującego wzoru:

$$S_r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k [(\phi(d_i) - \phi_r(d_i))]^2}{k-2}} \quad (2)$$

gdzie:

- $\phi_i(d_i)$ — wartości teoretyczne dystrybuanty,
- $\phi_r(d_i)$ — wartości dystrybuanty empirycznej,
- k — liczba klas.

Wyniki jakości przybliżenia dla piasku kwarcowego i szkła zaprezentowano w tablicach 1 i 2.

after preparing a microscopic slide where the grain size was measured by the Martin's method and the measurement done by using Coulter Counter.

The materials selected for the analysis were quartzite and glass, which are the material of high purity. Firstly the materials were crushed to the size lower than 200 µm and then ground (14 hours for quartzite and 8 hours for glass) to obtain the 90% yield of grains of the size lower than 100 µm. The sieve analysis was performed on the precise sieves and in this way four classes were obtained. They are: 0–40 µm, 0–56 µm, 0–80 µm and 0–125 µm.

The obtained results of mentioned above three types of analyses were approximated by distribution function of four distributions: Weibull, log-normal, cut Weibull and Gaudin-Schuhman [6].

As measure of approximation concordance the residual errors were calculated according to the formulae:

where:

- $\phi_i(d_i)$ — values of theoretical distribution func.,
- $\phi_r(d_i)$ — values of empirical distribution func.,
- k — number of classes.

The results of approximation quality for quartzite and glass are presented in tables 1 and 2.

Tablica 1
Średni błąd resztowy – piasek kwarcowy

Table 1
Mean residual error – quartzite

Klasa ziarnowa Grain class	Metoda pomiarowa Measure method	S_r				
		s_r -G	s_r -ln	s_r -RRBu	d_{max}	s_r -Weibull
<40 µm	Sedymentacyjna Sedimentation	3,95	5,03	4,49	43	2,47
	C-C	4,64	6,53	3,79	41	2,99
	Mikroskopowa Microscopic	7,03	5,15	3,57	56	1,94
<56 µm	Sedymentacyjna Sedimentation	2,47	3,55	2,79	74	1,61
	C-C	5,03	5,08	3,24	69	1,42
	Mikroskopowa Microscopic	12,54	3,76	9,05	83	5,97
<80 µm	Sedymentacyjna Sedimentation	8,23	1,99	9,04	67	3,92
	C-C	9,16	3,15	4,85	75	3,96
	Mikroskopowa Microscopic	16,08	4,02	10,31	80	10,29
<125 µm	Sedymentacyjna Sedimentation	2,88	5,02	5,94	90	2,64
	C-C	5,00	6,88	3,39	97	2,72
	Mikroskopowa Microscopic	10,62	2,58	6,47	115	5,32

Tablica 2
Średni błąd resztowy – szkło

Table 2
Mean residual error – glass

Klasa ziarnowa Grain class	Metoda pomiarowa Measure method	s_r				
		s_r -G	s_r -ln	s_r -RRBu	d_{max}	s_r -Weibull
<40 μm	Sedymentacyjna Sedimentation	4,80	4,44	4,46	45	2,42
	C-C	7,90	6,45	4,52	41	5,65
	Mikroskopowa Microscopic	9,47	3,49	7,26	55	4,11
<56 μm	Sedymentacyjna Sedimentation	9,44	2,13	6,06	66	3,83
	C-C	8,04	3,01	4,80	60	4,10
	Mikroskopowa Microscopic	9,45	4,78	6,95	83	1,73
<80 μm	Sedymentacyjna Sedimentation	5,92	4,24	6,20	69	2,94
	C-C	7,50	4,43	4,30	71	3,87
	Mikroskopowa Microscopic	12,09	2,18	7,73	76	8,37
<125 μm	Sedymentacyjna Sedimentation	4,46	3,12	6,47	92	1,62
	C-C	6,48	4,62	6,27	95	2,10
	Mikroskopowa Microscopic	9,78	2,23	6,56	126	3,91

Tablica 3
Rozkłady najlepiej opisujące składy ziarnowe

Table 3
Compatibility of the size distribution

Badany zakres wielkości ziaren (granica odsiania) Examined grain sizes range (sifting border)	Piasek kwarcowy Quartzite	Szkło Glass	Uwagi Remarks
< 40 μm	r. Weibulla Weibull distribution	RRB-ucięty RRB-cut	Dla szkła największa rozbieżność w typach rozkładów For glass the biggest discrepancy in types of distributions
< 56 μm	r. Weibulla Weibull distribution	r. logarytmiczno-normalny log-norm distribution	Dla szkła zdecydowanie gorsza jakość zgodności rozkładów z wynikami analiz mikroskopowych For glass significantly worse quality of distribution conformity with microscopic analysis results
< 80 μm	r. logarytmiczno-normalny log-norm distribution	r. Weibulla Weibull distribution	
< 125 μm	r. Weibulla Weibull distribution	r. Weibulla Weibull distribution	

Sytuacja ta pozwala na stwierdzenie, że zależność między wielkościami ziaren uzyskiwanymi metodą licznika C-C i sedymentacyjną jest liniowa. Uzasadnienie tego spostrzeżenia można szukać w fakcie że w obydwu przypadkach wielkością reprezentującą ziarno jest jego średnica zastępcza d_z . W przypadku analizy sedymentacyjnej średnica zastępcza kształtuje prędkość jego opadania, a w przy-

This situation allows concluding that the dependence between grain sizes obtained by C-C counter method and by sedimentation method is linear. The justification of this observation can be found in the fact that in the both cases the substitute diameter (d_z) is considered as the quantity of grain. In the case of sedimentation analysis it forms the velocity of its falling, in the case of C-C counter method directly

padku metody licznika C-C wielkość ta ma bezpośredni wpływ na ograniczenie przekroju kanału przewodzącego. Pozwala to na przeliczanie wielkości ziaren wyznaczonych jedną z tych metod na wielkości ziaren dających ten sam wychód sumaryczny w drugiej metodzie. Metodę tę można zastosować do każdego materiału po stwierdzeniu typu rozkładu w jednej z metod i ustaleniu przynajmniej dwóch wychodów klas w drugiej metodzie. Metoda ta została przedstawiona w publikacji [3]. W przypadku niezgodności rozkładów wyniki różnych analiz (metod pomiarowych) nie są związane liniowo i wtedy pozostaje do dyspozycji metoda regresji. Warto zwrócić uwagę, że na typ rozkładu ma wpływ granica odsiania d_{max} badanego materiału, co może być związane ze zmianą kształtu ziaren [4]. Wskazuje to na potrzebę uwzględniania jako zmiennej niezależnej granicy odsiania w równaniu regresji. Wydaje się słusznym postawienie tezy, że wyniki uzyskiwane metodą mikroskopową są związane z pozostałymi nieliniowo. Można to wyjaśnić tym, że ziarna poddawane analizie dają maksymalne pole rzutu ziarna na płaszczyznę, a uzyskiwana wielkość związana jest z pozostałymi metodami przez pierwiastkowanie tego pola. Oznacza to, że w równaniu regresji pozwalającym przeliczać wielkości uzyskane metodą mikroskopową na pozostałe dwie wielkości powinien wystąpić kwadrat lub pierwiastek, wielkości będącej zmienną niezależną.

4. Zależności regresyjne pomiędzy wielkościami ziaren

Jednym ze sposobów znalezienia zależności pomiędzy wynikami analiz granulometrycznych tego samego materiału uzyskanych różnymi metodami, może być szukanie związków korelacyjnych pomiędzy wielkością ziarna i odpowiadającą jej wartością funkcji całkowitej składu ziarnowego z obliczeniem wartości funkcji i porównaniem wielkości ziaren. Bezpośrednio z wyników analiz przy założeniu tych samych wychodów, wyliczono metodą interpolacji liniowej odpowiadające sobie wielkości, pomierzone dla tego samego materiału metodą licznika C-C, sedymentacyjną i mikroskopową. Poszukiwanie równania regresyjnego dla wielkości ziaren określonych różnymi metodami zaczyna się od sprawdzenia hipotezy o liniowym charakterze zależności między badanymi wielkościami.

W tym celu, na podstawie uzyskanych wyników, sporządzono wykresy zależności między wielkościami ziaren. Na podstawie tych wykresów starano się określić postacie równań regresji.

Metodą regresji wielokrotnej wyznaczono następujące zależności:

affects on limitation of conducting channel. It allows counting of grain quantities, appointed by one of these methods on the grain quantities giving the same summary yield in the second method. This method can be used for every kind of material after recognition of distribution type in one of methods and determination at least two of class yields in the second method. This method was presented in the paper [3]. In the case of incompatibility of distributions the results of several analysis (measure methods) are not connected linearly and then the mentioned in the beginning regressive method is suitable. It should be noticed that the sifting border of material has an influence on the distribution type. It can be connected with the change of grain shape [4]. It shows that it is necessary to take into account the sifting border in equation of regression as the independent variable. It seems to be correct to make thesis that the results, obtained by microscopic method are connected with others non-linearly. It can be explained by the fact, that the grains submitted to analysis give the maximal field of grain projection on plane, and the obtained quantity is connected with others by rooting of this field. It means that there should be square or root of the quantity, which is the independent variable, in the equation of regression allowing to count the quantities obtained by microscopic method on the two other quantities.

4. The regressive dependencies between the grain sizes

One of the methods of finding the dependence between granulometric analysis results of the same material, obtained by various methods may be the searching the correlation between grain size and similar to it value of the grain distribution integral function with calculation of function value and comparison of grain quantities. Directly from the analysis results, taking into account the same yields, the similar quantities were calculated by the method of linear interpolation. They were measured for the same material by the C-C counter, sedimentation and microscopic methods. The searching for the regressive equation between grains sizes determined by various methods began from checking the thesis of linear character of the connections between these quantities.

For this purpose, in the base of obtained results the graphs of dependencies between grain sizes were done. Then it was tried to obtain, in the base of it, the equation of regression joining these two quantities.

By the method of multiple regression the following dependencies were determined:

$$d_{sed} = a_1 d_{c-c} + a_2 d_{max} + a_3 \quad (3)$$

oraz

| and

$$d_{mic} = b_1 d_{sed} + b_2 d_{sed}^2 + b_3 d_{max} + b_4 \quad (4)$$

$$d_{mic} = c_1 d_{c-c} + c_2 d_{c-c}^2 + c_3 d_{max} + c_4 \quad (5)$$

W obliczeniach uwzględniono także zależności odwrotne.

Na podstawie tych zależności wybrano najlepsze równania korelacyjne które pozwalają przeliczyć wielkości jednych średnic na drugie. Dopasowanie równań korelacyjnych przeprowadzono przy użyciu programu statystycznego STATISTICA 5.01 PL metodą regresji wielorakiej.

Zgodność otrzymanych równań z danymi rzeczywistymi jest bardzo wysoka. Współczynnik korelacji wielokrotnej przekracza nawet wartość 0,97, wszystkie współczynniki regresji w otrzymanych równaniach są istotne.

Wyliczone parametry równań ze wzorów (3), (4), (5) dla piasku kwarcowego przedstawiono w tabelach od 4 do 7 oraz dla szkła od 8 do 11.

In the calculations the reverse dependencies were taken into account too.

In the base of these dependencies the best correlation equation were chosen, which allows to count the quantities of one diameters to the second ones. The fitting of correlation equations were done by using the program STATISTICA 5.01 PL by the method of multiple regression.

The conformity of obtained equations with the real data is very high. The coefficient of multiple regression crosses even 0.97. All of regression coefficients in the obtained equations are important.

The calculated parameters of the equations from the formulaes (3), (4) and (5) for quartzite are shown in the tables 4 to 7 and for glass 8 to 11.

Tablica 4

Parametry równania dla piasku kwarcowego d_{c-c}

Table 4

Equation parameters for quartzite d_{c-c}

Parametry równania dla piasku kwarcowego – d_{c-c} Equation parameters for quartzite – d_{c-c}				
R = 0,97891244		R ² = 0,95826957		Popraw. R ² = 0,95683059
F(2,58) = 665,94		p < 0,00000		Błąd std. estymacji: Est. standard error: 3,1646
	B	Błąd st. B St. error B	t(58)	poziom p p value
W. wolny Free term	-1,7598	1,1004	-1,5993	0,1152
d_{sed}	0,8112	0,0260	31,1550	6,52E-38
d_{max}	0,1445	0,0131	11,0151	7,64E-16

Tablica 5

Parametry równania dla piasku kwarcowego d_{sed}

Table 5

Equation parameters for quartzite d_{sed}

Parametry równania dla piasku kwarcowego – d_{sed} Equation parameters for quartzite – d_{sed}				
R = 0,97305245		R ² = 0,94683108		Popraw. R ² = 0,94499767
F(2,58) = 516,43		p < 0,00000		Błąd std. estymacji: Est. standard error: 3,7896
	B	Błąd st. B St. error B	t(58)	poziom p p value
W. wolny Free term	2,8139	1,2947	2,1733	0,0339
d_{c-c}	1,1632	0,0373	31,1550	6,52E-38
d_{max}	-0,1613	0,0177	-9,0968	9,18E-13

Tablica 6
Parametry równania dla piasku kwarcowego d_{mic}

Table 6
Equation parameters for quartzite d_{mic}

Parametry równania dla piasku kwarcowego Equation parameters for quartzite – d_{mic}				
R = 0,9729011		R ² = 0,94657354		Popraw. R ² = 0,94376162
F(3,57) = 336,63		p < 0,00000		Błąd std. estymacji: Est. standard error: 4,5530
	B	Błąd st. B St. error B	t(57)	poziom p p value
W. wolny Free term	-2,5733	2,0015	-1,2857	0,2038
d_{sed}	1,3361	0,1229	10,8705	1,61E-15
d_{max}	0,1828	0,0189	9,6772	1,23E-13
d_{sed}^2	-0,0053	0,0019	-2,7744	0,0075

Tablica 7
Parametry równania dla piasku kwarcowego d_{mic}

Table 7
Equation parameters for quartzite d_{mic}

Parametry równania dla piasku kwarcowego Equation parameters for quartzite – d_{mic}				
R = 0,97808662		R ² = 0,95665344		Popraw. R ² = 0,95437204
F(3,57) = 419,33		p < 0,00000		Błąd std. estymacji: Est. standard error: 4,1011
	B	Błąd st. B St. error B	t(57)	poziom p p value
W. wolny Free term	7,3144	2,0743	3,5262	0,0008
d_{c-c}	0,8641	0,1405	6,1504	8,15E-08
d_{max}	0,0117	0,0193	0,6091	0,54488
d_{c-c}^2	0,0055	0,0021	2,6564	0,0102

Tablica 8
Parametry równania dla szkła d_{c-c}

Table 8
The equation parameters for glass d_{c-c}

Parametry równania dla szkła Equation parameters for glass – d_{c-c}				
R = 0,98090772		R ² = 0,96217995		Popraw. R ² = 0,96087581
F(2,58) = 737,79		p < 0,00000		Błąd std. estymacji: Est. standard error: 2,6294
	B	Błąd st. B St. error B	t(58)	poziom p p value
W. wolny Free term	-1,3021	0,9175	-1,4191	0,1612
d_{sed}	0,7115	0,0219	32,5253	6,14E-39
d_{max}	0,1212	0,011	11,0295	7,26E-16

Tablica 9
Parametry równania dla szkła d_{sed}

Table 9
The equation parameters for glass d_{sed}

Parametry równania dla szkła $-d_{sed}$ Equation parameters for glass $-d_{sed}$				
R = 0,97555917		R ² = 0,95171570		Popraw. R ² = 0,95005073
F(2,58) = 571,61		p < 0,00000		Błąd std. estymacji: Est. standard error: 3,5984
	B	Błąd st. B St. error B	t(58)	poziom p p value
W. wolny Free term	2,4578	1,2358	1,9887	0,0515
d_{c-c}	1,3325	0,041	32,5253	6,14E-39
d_{max}	-0,1545	0,017	-9,0948	9,25E-13

Tablica 10
Parametry równania dla szkła d_{mic}

Table 10
The equation parameters for glass d_{mic}

Parametry równania dla szkła $-d_{mic}$ Equation parameters for glass $-d_{mic}$				
R = 0,96154324		R ² = 0,92456540		Popraw. R ² = 0,92059515
F(3,57) = 232,87		p < 0,00000		Błąd std. estymacji: Est. standard error: 5,8297
	B	Błąd st. B St. error B	t(57)	poziom p p value
W. wolny Free term	-5,3824	2,6061	-2,0653	0,0435
d_{sed}	1,1576	0,1369	8,4584	1,2E-11
d_{max}	0,2206	0,0244	9,0369	1,34E-12
d_{sed}^2	-0,0017	0,0019	-0,8821	0,381456

Tablica 11
Parametry równania dla szkła d_{mic}

Table 11
The equation parameters for glass d_{mic}

Parametry równania dla szkła $-d_{mic}$ Equation parameters for glass $-d_{mic}$				
R = 0,94781996		R ² = 0,89836268		Popraw. R ² = 0,89301335
F(3,57) = 167,94		p < 0,00000		Błąd std. estymacji: Est. standard error: 6,7668
	B	Błąd st. B St. error B	t(57)	poziom p p value
W. wolny Free term	7,1648	3,5154	2,0381	0,0462
d_{c-c}	0,6171	0,2505	2,4639	0,0168
d_{max}	0,0669	0,032	2,0899	0,0411
d_{c-c}^2	0,0127	0,004	3,1939	0,0023

Zgodność otrzymanych równań z danymi rzeczywistymi jest bardzo wysoka – współczynniki korelacji wielokrotnej przekraczają nawet wartość

The harmony of obtained equations with real data is high – multiple correlation coefficients exceed even 0.97 value, which is a very small value

0,97, co przy uwzględnionej liczbie danych związane jest z bardzo małym błędem pierwszego rodzaju (w teście istotności). Wszystkie współczynniki regresji w uzyskanych równaniach są także istotne. Można więc powyższe równania przyjąć dla piasku kwarcowego i szkła za obowiązujące dla zakresu (0 – 125 μm) i w przypadku posiadania analiz wykonanych jedną metodą przeliczać wielkości ziaren w pozostałych metodach.

Przedstawione równania można bezpośrednio wykorzystywać do przeprowadzenia obliczeń unifikujących wyniki analiz otrzymanych dowolną spośród uwzględnianych w badaniach metod, z otrzymywaniem również zunifikowanej charakterystyki ziarnowej dla jednej z wybranych metod.

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań i wykonanych obliczeń można było wyciągnąć następujące wnioski:

1. Przeprowadzone badania wykazały, że zależności pomiędzy wielkościami ziaren uzyskanymi metodą licznika C-C i sedymentacyjną są liniowe. Metoda mikroskopowa daje wyniki związane z tymi dwiema metodami nieliniowo.
2. Stwierdzone zależności pozwalają na wzajemne przeliczanie wielkości ziaren uzyskanych metodą licznika C-C i sedymentacyjną, pod warunkiem stwierdzenia występowania w obu przypadkach takiego samego typu rozkładu wielkości ziaren. Stosowanie przeliczenia jest możliwe dla każdego materiału po stwierdzeniu typu rozkładu w jednej z metod i ustaleniu przynajmniej dwóch wychodów klas w drugiej metodzie. Otrzymany związek jest w zasadzie stały dla danego materiału i pary metod.
3. W przypadku stwierdzenia niezgodności typów rozkładów wykazywanych przez wyniki metody licznika C-C i sedymentacyjną, a także w przypadku porównywania wyników z metody mikroskopowej z dowolną inną metodą oznaczania składu ziarnowego, przeliczanie wielkości ziaren musi odbywać się na drodze poszukiwania związków regresyjnych, przy czym otrzymuje się równania nieliniowe (typu parabolicznego).
4. Na typ rozkładu wielkości ziaren ma wpływ zakres badanej klasy (granica odsiania), co najprawdopodobniej jest związane z zależnością kształtu ziaren od ich wielkości. Z tego powodu w równaniach regresji pozwalających na przeliczanie jednych wielkości na drugie, musi wystąpić czynnik związany z granicą odsiania.
5. W konkluzji przeprowadzonych badań stwierdzono, że możliwe jest znalezienie związków ilościowych pomiędzy wynikami analiz granulometrycznych dla pewnego typu materiału

of first type error, taking into consideration the number of data. There are also significant all regression coefficients in obtained equations. It is then possible to accept the above equations for a sand quartz as valid for the range (0 – 125 μm) and in case of possessing analysis obtained by one method we can recalculate grain sizes in other methods.

The presented equations we can directly use for calculation of standard analysis results obtained by any of methods respected in tests, with obtaining the standard grain characteristic for one of chosen methods.

5. Conclusions

In the base of carried out researches and calculations it is possible to write the following conclusions:

1. The carried out researches proved that the dependencies between the grain sizes obtained by the C-C counter and sedimentation methods are linear. The microscopic method gives the results connected with these two methods non-linearly.
2. These dependencies allow counting mutually of grain sizes obtained by the C-C counter and sedimentation methods, under condition that in the both cases the same type of grain sizes distribution occurs. The using of this counting is possible for every kind of material, after recognition of the distribution type in one of the methods and establishing two classes yields in the second one. The obtained connection is in principle constant for certain material and couple of methods.
3. In the case of incompatibility of distribution types shown by the C-C counter and sedimentation methods results, as well in the case of comparing the results from microscopic method with any other method of determining the grain distribution, the counting of grain sizes must be done by searching regressive connections. The obtained equations are non-linear (parabolic type).
4. The range of examined class has the influence on the type of grain sizes distribution (sifting border), what is the most probably connected with dependence of the grain shapes and their sizes. Because of it there is necessity of putting the factor connected with the sifting border into the regression equations allowing counting one quantity to the second ones.
5. In the conclusion of carried out researches was noticed that it is possible to find the amount connections between the granulometric analysis results for certain type of grained material and

uziarnionego i związki te są stałe dla danego rodzaju materiału.

that they are constant for certain kind of material.

Praca naukowa finansowana ze środków Komitetu Badań Naukowych w latach 2003-2005 jako projekt badawczy nr 5 T12A 017 25.

Literatura — References

1. Allen T. (1968). *Particle size measurement*. Chapman and Hall, London.
2. Peszko B., Szymańska-Czaja M., Foszcz D. (2000). *The Dependence of the Size Distribution on the Granulometric Method of Analysis*. 5 Conference on Environment and Mineral Processing. Part II. Ostrawa, pp. 837–845.
3. Peszko B. (2001). *Korelacja wyników analiz ziarnowych uzyskanych różnymi metodami*. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi*, tom 17 – Zeszyt Specjalny, pp. 195–205.
4. Sztaba K., Peszko B. (1989). *Possibilities of Unification of the Granulometric Analysis Results Obtained by Various Methods*. *Proceedings of the 4 Symposium on Particle Size Analysis and Powder Technology*, Szeged (Hungary), pp. 285–289.
5. Tumidajski T. (1993): *Zastosowanie metod statystycznych w analizie procesów przeróbczych*, Wyd. Śląsk, Katowice.
6. Tumidajski T. (1997): *Certain aspects of the analysis of particle size distributions of grained materials*. *Arch. Min. Sci.*, 42, 2., pp. 305–318.